

Übungen zu **Numerik I****Blatt 9**

Aufgabe 17: (schriftlich, 10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die Stabilitätsfunktion beim dreistufigen Verfahren von Heun.
- b) Bestimmen Sie die interpolatorische Quadraturformel für das Intervall $[-1, 1]$ bezüglich der Stützstellen

$$t_0 := -\frac{\sqrt{15}}{5}, \quad t_1 := 0, \quad t_2 := \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Welchen Exaktheitsgrad hat diese Formel?

- c) Sei $f \in C^2[a, b]$. Zeigen Sie: für die zusammengesetzte Trapezregel mit N Teilintervallen und Grundintervall $[a, b]$ gilt die Fehlerdarstellung

$$R[f] = -\frac{(b-a)^3}{12N^2} f^{(2)}(\xi) \quad \text{mit einem } \xi \in (a, b).$$

Aufgabe 18: (Programmieraufgabe)

- a) Zur näherungsweisen Berechnung von $\int_a^b f(t) dt$ erstelle man zunächst Matlab-Funktionen für

- die zusammengesetzte Mittelpunktsregel mit N Teilintervallen
- die zusammengesetzte Trapezregel mit N Teilintervallen
- die zusammengesetzte Keplersche Fassregel mit N Teilintervallen

- b) Im Hauptprogramm sollen für $N := 2^m$ ($m = 0, \dots, 15$) die Näherungswerte mittels der obigen drei Verfahren für das Integral ausgegeben werden (in tabellarischer Form).

Testen Sie das Programm für die Funktionen $f(x) := e^{-2x}$, $f(x) := \cos(20x)$ und $f(x) := \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ für $a := -1$, $b := 1$ (falls möglich). Geben Sie jeweils auch den exakten Integralwert aus.

Abgabe: Aufgabe 17: 8. Jan. 2019, 15.00 Uhr in der Vorlesung,
Aufgabe 18: 8. Jan. 2019, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.