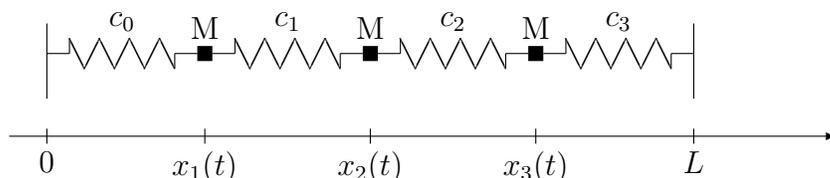


Übungen zu Numerik I

Blatt 11

Aufgabe 21: (schriftlich, 10 Punkte)

a) Gegeben sei die lineare Kette (das schwingende Federsystem)



mit Massen $M = 1$, Gesamtlänge $L = 26$, Ruhelänge der Federn jeweils $L_0 = 5$ und Federkonstanten $c_0 = 1, c_1 = 1, c_2 = 2, c_3 = 2$.

Die Bewegungsgleichungen für die Massenpunkte führen auf das Differentialgleichungssystem $\ddot{x}(t) = b - Ax(t)$.

- (1) Geben Sie für die obige Kette A und b an.
- (2) Berechnen Sie die Ruhelage der obigen Kette.
- (3) Bestimmen Sie einen möglichst kleinen Bereich, in dem alle Eigenwerte von A liegen.

b) Es sei $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine symmetrische, positiv definite Matrix mit den Eigenwerten $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ und zugehörigen Eigenvektoren $v^{(1)}, \dots, v^{(n)}$. Zeigen Sie:

$$y(t) := \sum_{j=1}^n \left(\alpha_j \cdot \cos(\sqrt{\lambda_j} t) \cdot v^{(j)} + \beta_j \cdot \sin(\sqrt{\lambda_j} t) \cdot v^{(j)} \right)$$

$(\alpha_j, \beta_j \in \mathbb{R}, j = 1, \dots, n)$ ist eine Lösung von $\ddot{x} = -Bx$.

Aufgabe 22: (Programmieraufgabe)a) Erstellen Sie zunächst eine Matlab-Funktion `[p,pstrich] = hyman(A,μ)` zur Berechnung von $p(\mu)$ und $p'(\mu)$ mit Hilfe des Verfahrens von Hyman (vgl. Vorlesung).b) Berechnen Sie dann (unter Verwendung der Matlab-Funktion aus a) mit Hilfe des Newton-Verfahrens alle reellen Eigenwerte von B . Ein $\bar{\mu}$ wird als Näherungswert für einen Eigenwert von B akzeptiert, falls $|p(\bar{\mu})| < \varepsilon$ gilt.

Erstellen Sie für ein passendes Intervall eine Wertetabelle für das charakteristische Polynom, und entnehmen Sie dieser Wertetabelle geeignete Startwerte für das Newton-Verfahren.

Testen Sie das Programm mit $\varepsilon = 10^{-7}$ für die Matrizen

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Abgabe: Aufgabe 21: 22. Jan. 2019, 15.00 Uhr in der Vorlesung,
Aufgabe 22: 22. Jan. 2019, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.