

KÖRPERBILDER

EINE MATHEMATISCHE HERAUSFORDERUNG

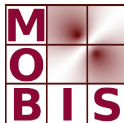
Stefan Volkwein

Fachbereich Mathematik und Statistik, Universität Konstanz

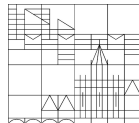
Dank an

K. Bredies, S. Keeling, F. Kappel, K. Kunisch, M. Mutsaers, M. Weiser

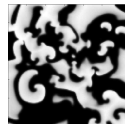
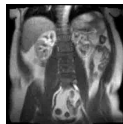
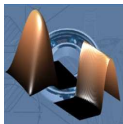
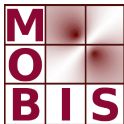
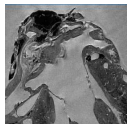
Life Sciences — Bilder des Lebens, 6. Oktober 2009



**Mathematical Optimization and
Applications in Biomedical Sciences**



Spezialforschungsbereich (SFB)



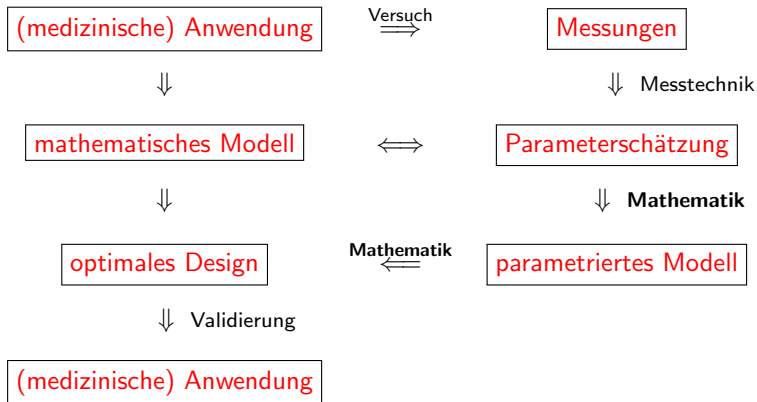
SFB Mathematical Optimization and Applications in Biomedical Sciences

K. Kunisch (Leitung) und R. Stollberger

Beteiligte Institute

- Institut für Mathematik und Wissenschaftliches Rechnen (Uni Graz)
- Institut für Medizintechnik (TU Graz)
- Institut für Numerische Mathematik (TU Graz)
- Institut für Physiologie (MedUni Graz)

Beitrag der Mathematik im interdisziplinären Team



Gliederung

- Unterstützung in der **Magnetresonanz-Hyperthermie**
⇒ Parameterschätzung/-identifikation
- Verständnis des **Herz-Kreislauf-Systems**
⇒ Kontrolltheorie
- Verarbeitung vieler **Magnetresonanz-Bilder**
⇒ Optimierung von (partiellen) Differentialgleichungen
- Bestimmung von **Zellrändern**
⇒ Shapeoptimierung

Beispiel 1

Magnetresonanz-Hyperthermie

Kooperation mit M. Weiser (Zuse Institut Berlin) und Charité

Medizinische Anwendung

Magnetresonanz-Hyperthermie (Charité, Berlin Buch)



Mathematische Formulierung

Modell: Differentialgleichung

$$(*) \quad -\operatorname{div}(\kappa(x)\nabla u(x)) + c(x)w(x)(u(x) - u_a) = f(x)$$

mit Leitfähigkeit κ , Absorptionsrate f , spezifischer Wärme c , Körpertemperatur u und konstanter systemischer Temperatur $u_a = 37^\circ\text{C}$

Ziel

Identifikation der Perfusion aus Meßwerten für Temperatur und Perfusion

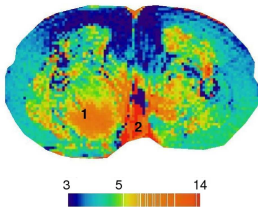
Mathematische Optimierung

Minimiere |Modell-Messung| durch Wahl von w in $(*)$

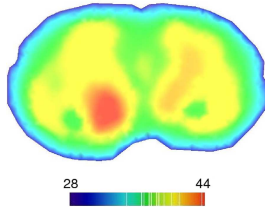
Numerische Ergebnisse

Numerische Lösungsstrategie

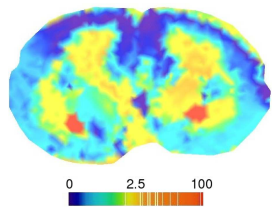
- eigens entwickeltes, effizientes **Optimierungsverfahren**
- passende **Approximation des Modells**



Meßwerte



identifizierte Temperatur



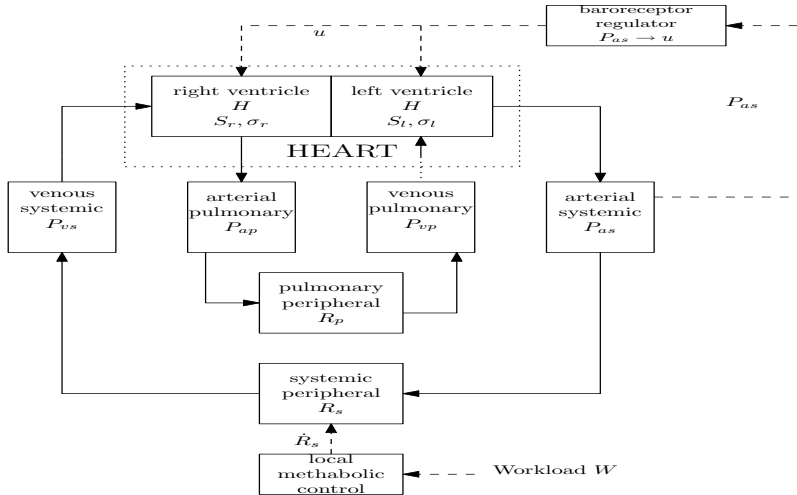
identifizierte Perfusion

Beispiel 2

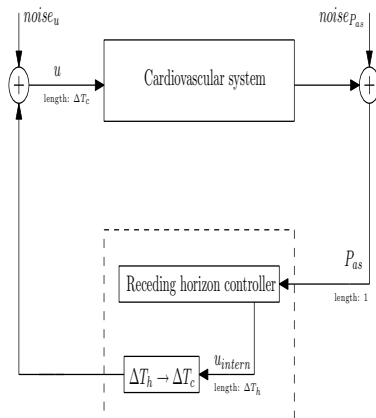
Herz-Kreislaufsystem

Kooperation mit F. Kappel (Uni Graz) und M. Mutsaers (TU Eindhoven)

Modell-Blockdiagramm



Optimierungsansatz



Zeithorizont für Optimierung

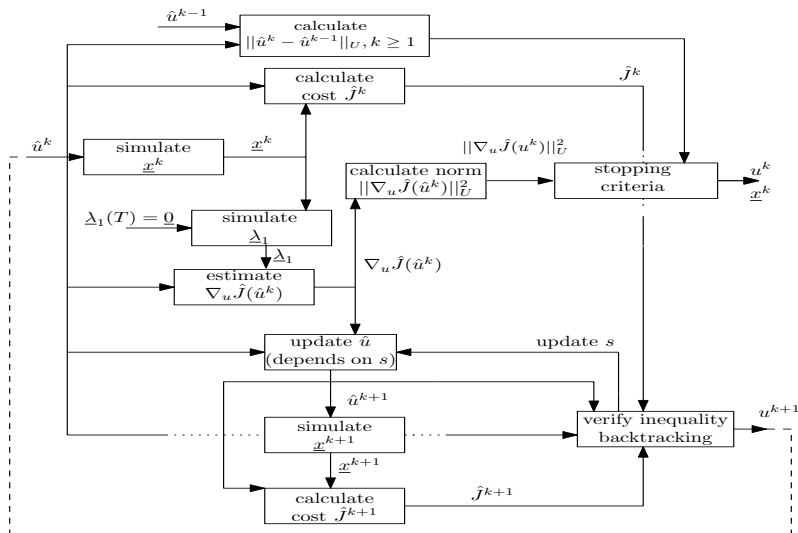
Optimierungshorizont $\Delta T_h < \text{Endzeit}$

$\Rightarrow u_{intern}$

Zeithorizont für Steuerung

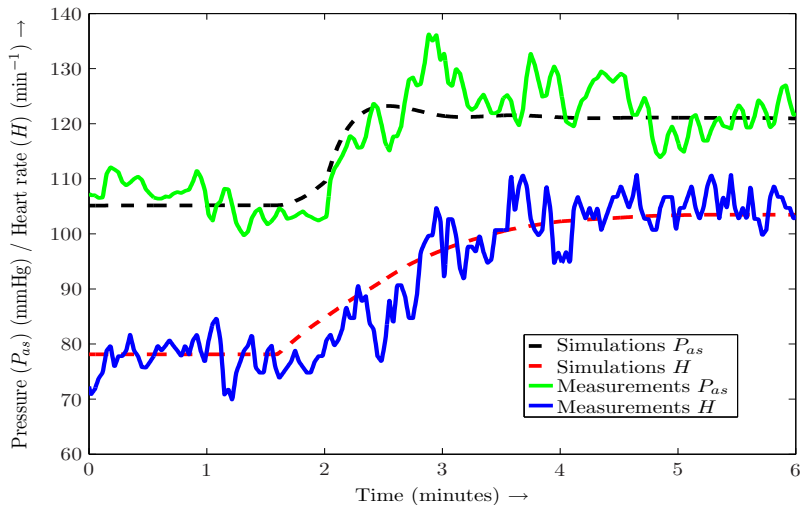
Zeithorizont für $u_{intern} < \Delta T_h$

Optimierungsalgorithmus



Numerisches Ergebnis

Simulation results of transition with parameters after estimation



Beispiel 3

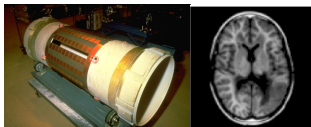
Bildgebung

Ergebnisse von K. Bredies und S. Keeling et al. (Uni Graz)

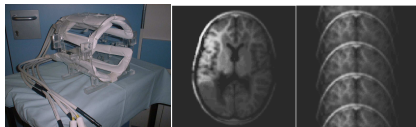
Bildrekonstruktion für Parallel Imaging

Ziel: Beschleunigung der MR Datenakquisition, dynamische Untersuchungen verlangen hohe zeitliche Auflösung. [Beispiel]

Strategie: Unterabtasten. Nachteil: Bilder werden gestört. Störungen müssen korrigiert werden. Die Hardware:



übliche Spule



kleinere Spulen

Die kleineren Spulen messen parallel mit komplementärer Unterabtastung, aber ihre Bilder sind moduliert und gefaltet.

Durch Minimierung eines ausgewählten Funktionals:



moduliert und gefaltet

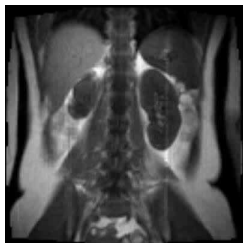
rekonstruiert

Registrierung von Bilderfolgen

Ziel: Die **Bewegung** in der Folge zu entfernen, einzelne Gewebepunkte müssen untersucht werden. [Beispiel]

Gesucht wird eine hinreichend glatte **Transformation** oder **Registrierung**, die einen Gewebepunkt in einem Bild mit seiner Stelle in einem anderen Bild verbindet.

Eine **Herausforderung**: Welches **Ähnlichkeitsmaß** verbindet ein Gewebepunkt vor und nach Kontrastmittel?



vor Kontrastmittel

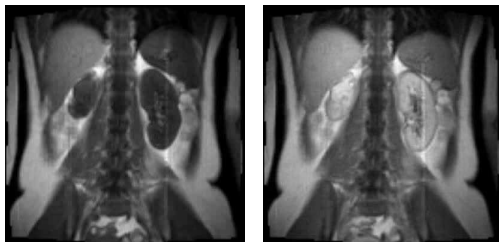


nach Kontrastmittel

Durch **Minimierung** eines ausgewählten Funktionals: [Lösung]

Segmentierung trotz verlaufender Intensitäten

Eine **Herausforderung** in der Segmentierung: Wenn die Intensitäten eines Objektes verlaufend sind,



Bilder mit verlaufenden Intensitäten in Objekten

wird das segmentierte Objekt oft **abgestuft**: [Beispiel]

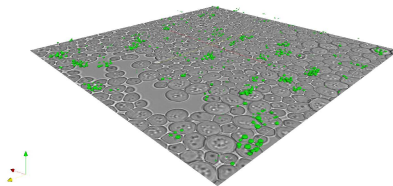
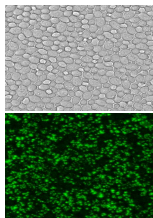
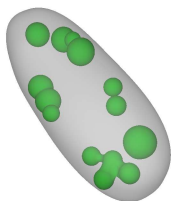
Ziel: Diese **Abstufung** soll nicht entstehen und ganze Objekte sollen automatisch identifiziert werden.

Durch **Minimierung** eines ausgewählten Funktionals: [Lösung]

Segmentierung von Durchlichtmikroskopiedaten

Metabolismus der Hefe *Saccharomyces cerevisiae*

- 3D-Fluoreszenzmikroskopie
↪ Lipid-Droplets (Fetttröpfchen)
- 2D-Durchlichtmikroskopie
↪ Zellbegrenzungen (nicht invasiv)
- Ziel: zellbasierte quantitative Analyse
- Dazu: Detektion der Zellgrenzen



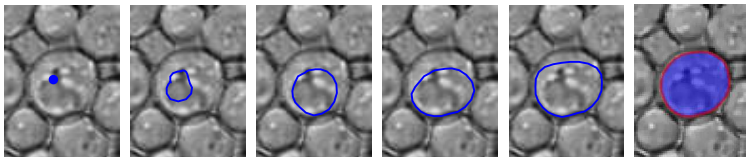
Anwendung der mathematischen Bildverarbeitung

- **Standard-Modell:** helligkeits- und differenzbasierte Randdetektion

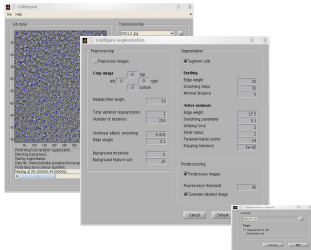


- **Snake-Modell:** Zellränder durch numerische Optimierung

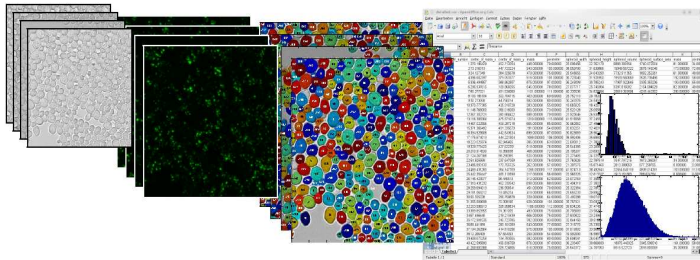
$$\min_{\gamma} \int_{S^1} G(\gamma(t)) + \alpha |\gamma'(t)|^2 dt - \left(\frac{\beta}{2} \int_{S^1} \gamma(t) \cdot \gamma'(t)^\perp dt \right)^p$$



Integration in die Datenverarbeitungspipeline



- Software zur automatisierten Segmentierung von Mikroskopiedaten
- Verarbeitung von großen Datensätzen (1000+)
- Zellbasierte quantitative Auswertung möglich



Vielen Dank!

Weitere Informationen im Internet

SFB: math.uni-graz.at/mobis

Kristian Bredies: www.uni-graz.at/bredies

Stephan L. Keeling: math.uni-graz.at/keeling

Karl Kunisch: math.uni-graz.at/kunisch

Stefan Volkwein: www.math.uni-konstanz.de/numerik/personen/volkwein