



**Ausgabe:** 18.06.2013

**Abgabe:** 25.06.2013, 10:00 Uhr, Briefkästen F4

## Mathematik für Physiker II 10. Übungsblatt

□ **Aufgabe 28** (Partialbruchzerlegung)

Gesucht ist der Wert des folgenden Integrals:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{2x^5 - 4x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 5x + 7}{x^3 + x^2 + x + 1} dx.$$

1. Bestimmen Sie durch lineare Substitution die beiden elementaren Integrale

$$\int_{\alpha}^{\beta} \frac{a}{x-b} dx, \quad \int_{\alpha}^{\beta} \frac{ax+b}{(x-c)^2+d^2} dx.$$

2. Berechnen Sie eine Nullstelle des Nennerpolynoms mittels der kubischen Formel

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad \implies \quad x = -\frac{1}{3a} \left( b + \Delta + \frac{\Delta_0}{\Delta} \right), \quad \Delta = \sqrt[3]{\frac{\Delta_1 + \sqrt{\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3}}{2}},$$

wobei  $\Delta_0 = b^2 - 3ac$  und  $\Delta_1 = 2b^3 - 9abc + 27a^2d$ .

**Hinweis:** Möglicherweise hilft Ihnen der Term  $\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} = 1 + \sqrt{3}$ .

3. Zerlegen Sie das Nennerpolynom mittels Polynomdivision in lineare und irreduzible quadratische Faktoren.

4. Führen Sie eine Partialbruchzerlegung durch.

---

□ **Aufgabe 29** (Treppen- & Regelfunktionen)

1. Seien  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine Treppenfunktion und  $c \in (a, b)$ . Zeigen Sie:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

2. Zeigen Sie, dass diese Eigenschaft auch für alle Regelfunktionen erfüllt ist.

---

□ **Aufgabe 30** (Taylorformel mit Integralrestglied)

Seien  $f \in \mathcal{C}^{n+1}([a, b], \mathbb{R})$  und  $\xi \in (a, b)$ . Zeigen Sie:

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(\xi)}{k!} (x - \xi)^k + \int_{\xi}^x \frac{f^{(n+1)}(y)}{n!} (x - y)^n dy.$$

Leiten Sie daraus die schon bekannte Lagrangesche Restglieddarstellung ab.