



Ausgabe: 02.07.2013

Abgabe: 09.07.2013, 10:00 Uhr, Briefkästen F4

Mathematik für Physiker II

12. Übungsblatt

□ **Aufgabe 34** (Bogenlängen & Kurvenintegrale)

- a) Berechnen Sie die Länge der Zykloide (Radkurve) $\gamma(t) = r(t - \sin(t), 1 - \cos(t))$ für $r > 0$, $t \in [0, 2\pi]$.
b) Berechnen Sie die Länge der in Polarkoordinaten gegebenen Kardioide (Herzkurve) $r(\varphi) = a(1 + \cos(\varphi))$ mit $\varphi \in [-\pi, \pi]$.

Hinweis: Die kartesische Darstellung einer Kurve in Polarkoordinaten ist $\gamma(\varphi) = (r(\varphi) \cos(\varphi), r(\varphi) \sin(\varphi))$.

- Berechnen Sie längs der Kurven $\Gamma = \{(x, y) \in (0, \infty)^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\}$ und $\gamma : t \mapsto (t, \frac{1}{3}\sqrt{8t^3}, \frac{1}{2}t^2)$ ($t \in [0, 1]$) die Kurvenintegrale

$$\int_{\Gamma} xy \, ds, \quad \int_{\gamma} xyz \, ds.$$

Hinweis: Parametrisieren Sie zunächst den in algebraischer Form gegebenen Ellipsenbogen Γ .

□ **Aufgabe 35** (Fourierreihen)

Wir untersuchen die 2π -periodische Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{(\pi - x)^2}{4}, \quad 0 \leq x \leq 2\pi.$$

- Bestimmen Sie die Fourierreihe von f .
- Konvergiert die Fourierreihe von f punktweise (absolut, gleichmäßig, im quadratischen Mittel) gegen f ?

Hinweis: Wenden Sie das Weierstraßsche Majorantenkriterium an.

□ **Aufgabe 36** (Jordansche Normalform)

- Bestimmen Sie die Jordanmatrix J zu

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- Bestimmen Sie die Transformationsmatrizen P, P^{-1} mit $P^{-1}AP = J$.
- Erklären Sie den Unterschied zwischen algebraischer und geometrischer Vielfachheit von Eigenwerten. Wie verhalten sich die Werte bei diagonalisierbaren Matrizen zueinander?