Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Stefan Volkwein
Martin Gubisch
Sommersemester 2013

Ausgabe: 28.05.2013
Abgabe: 04.06.2013, 10:00 Uhr, Briefkästen F4

Mathematik für Physiker II
7. Übungsblatt

☐ **Aufgabe 19** (lokale Extremstellen)

1. Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = (4x^2 + y^2) \exp(-x^2 - 4y^2).$$

2. Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$f(x, y) = 2x^2 - 3xy^2 + y^4$$

auf allen Geraden durch $(0, 0)$ ein striktes lokales Minimum im Ursprung hat.

Besitzt f in $(0, 0)$ ein lokales Minimum?

☐ **Aufgabe 20** (Geometrische Optimierung)

Seien a, b, c, d Vektoren des $\mathbb{R}^n$ mit $b, d \neq 0$ und b, d linear unabhängig. Wir definieren zwei Geraden im $\mathbb{R}^n$:

$$x(s) = a + sb, \qquad y(t) = c + td \qquad (s, t \in \mathbb{R})$$

Gesucht sind die globalen Extremstellen der Abstandsfunktion

$$\Phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad (s, t) \mapsto \|x(s) - y(t)\|^2.$$

☐ **Aufgabe 21** (Optimierung unter Nebenbedingungen)

Da stetige Funktionen auf kompakten Mengen stets Minimum und Maximum annehmen, besitzt die folgende Optimierungsaufgabe (mindestens) eine Lösung:

$$\min_{(x,y)\in\Omega} xy + 1, \qquad \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \|(x, y)\| \leq 1\}.$$

Lösen Sie das Optimierungsproblem.