



Ausgabe: 11.06.2013

Abgabe: 18.06.2013, 10:00 Uhr, Briefkästen F4

Mathematik für Physiker II

9. Übungsblatt

□ **Aufgabe 25** (Integrationsregeln)

1. (Partielle Integration) Seien $f, g \in \mathcal{C}^1([a, b], \mathbb{R})$. Zeigen Sie:

$$\int_a^b f'(x)g(x) \, dx = f(x)g(x) \Big|_a^b - \int_a^b f(x)g'(x) \, dx.$$

2. (Logarithmisches Integrieren) Sei $f \in \mathcal{C}^1([a, b], (0, \infty))$. Dann gilt

$$\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} \, dx = \ln f(x) \Big|_a^b.$$

□ **Aufgabe 26** (Integrale und Stammfunktionen)

1. Geben Sie maximale Definitionsbereiche an und verifizieren Sie die folgenden Formeln:

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \arcsin(x), \quad \int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \arctan(x), \quad \int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x|.$$

2. Bestimmen Sie für geeignete Definitionsbereiche folgende Stammfunktionen:

$$\int \ln|x| \, dx, \quad \int \sin^2(x) \, dx, \quad \int \frac{\ln x}{x} \, dx.$$

3. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_0^{\pi/3} \frac{1}{\cos^2(x)} \, dx, \quad \int_0^{\pi/2} \sqrt{\sin(x)} \cos(x) \, dx, \quad \int_{e^x}^{e^{2x}} \frac{1}{x \ln x} \, dx.$$

□ **Aufgabe 27** (Rotationskörper)

Rotiert der Graph einer stetigen Funktion $f \in \mathcal{C}^0([a, b], [0, \infty))$ um die x -Achse, so entsteht ein dreidimensionaler Körper, dessen Volumen und Oberfläche gegeben sind durch die Formeln

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 \, dx, \quad O = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + f'(x)^2} \, dx.$$

1. Berechnen Sie das Volumen und die Oberfläche einer Kugel vom Radius R durch Rotation eines Kreisbogens um die x -Achse.
2. Berechnen Sie Volumen und Oberfläche eines Torus mit Radien r, R durch Rotation eines Kreises mit Radius r und Mittelpunkt $(0, R)$ um die x -Achse.