

Analysis III

1. Übungsblatt

1. (Einführung)

Definieren Sie eine Funktion f derart, dass sich folgende Differentialgleichungen (bzw. Systeme von DGLen) in die Form $y'(x) = f(x, y(x))$ schreiben lassen, und untersuchen Sie f auf Lipschitzstetigkeit in y .

a) $(1 - x^2)y' - xy + 1 = 0, |x| < 1$

b) $x'' + 5x' + 2x = \cos(t)$

c) $\left\{ \begin{array}{l} y_1' = -y_1 + \frac{1}{x}y_2 \\ y_2' = (1 - x)y_1 + y_2 \end{array} \right\}, x > 0$

2. (Picard-Lindelöf)

Lösen Sie mit Hilfe des Picard'schen Iterationsverfahrens folgendes Anfangswertproblem (AWP)

$$u'(t) = \cos(t)u(t) + \cos(t), \quad u(0) = 0.$$

Hinweis: Um volle Punktzahl zu erreichen, führen Sie mindestens drei Iterationsschritte schriftlich aus und begründen Sie, dass die so gefundene Lösung auch tatsächlich das AWP löst.

3. (Richtungsfelder)

Skizzieren Sie zu folgenden Differentialgleichungen die Richtungsfelder und skizzieren Sie in das Diagramm die Lösung zum Anfangswert $y(0) = 1$.

Welche Eigenschaften lassen sich für Lösungen der Differentialgleichungen aus den Diagrammen erahnen?

Hinweis: Wie verhalten sich die Lösungen für $t \rightarrow \infty$? Was passiert, wenn man den Anfangswert geringfügig ändert?

a) $y' = \sin(y)$

b) $y' = y$

c) $y' = -ty$

Abgabe bis Montag 2. November 10.00 Uhr in die Briefkästen auf F4.