Universität Konstanz *WS 11/12*
Fachbereich Mathematik und Statistik
S. Volkwein, O. Lass

Übungen zu **Modellreduktion mit Proper Orthogonal Decomposition**

http://www.math.uni-konstanz.de/numerik/personen/volkwein/teaching/

Blatt 4 **Abgabe: 16.12.2011, 10:00 Uhr**

Aufgabe 10 (Hausaufgabe) (2 Punkte)

Gegeben das Problem

$$\begin{aligned}&\min_{\tilde u_1,\ldots,\tilde u_\ell\in\mathbb{R}^m}\int_0^T \Big\| y(t)-\sum_{i=1}^{\ell}\langle y(t),\tilde u_i\rangle_W \tilde u_i\Big\|_W^2 \mathrm{d}t\\ &\text{u.d.N. } \langle \tilde u_i,\tilde u_j\rangle_W=\delta_{ij},\ 1\le i,j\le\ell.\end{aligned} \tag{$\hat{\mathbf{P}}^\ell_W$}$$

Welche Bedingungen müssen erfüllt sein damit der Lagrange-Multiplikatoren Λ eindeutig bestimmt ist? Erfüllt diese das Problem $(\hat{\mathbf{P}}^\ell_W)$?

Tipp: Vergleiche $(\hat{\mathbf{P}}^\ell_W)$ mit $(\mathbf{P}_{Gl})$ auf Seite 7 im Skriptum *Numerische Verfahren der restringierten Optimierung* von Prof. Volkwein, und bestimme J und e.

Aufgabe 11

Zeige, dass das Resultat

$$\sum_{j=1}^{n}\alpha_j\|y(t_j)\|_W^2=\sum_{i=1}^{d(n)}\lambda_i^n=\sum_{i=1}^{m}\lambda_i^n \quad \text{für jedes } n\in\mathbb{N} \tag{1.46}$$

aus der Vorlesung gilt.

Aufgabe 12

Zeige, dass u_1 gegeben durch

$$\mathcal{R}u_i=\lambda_i u_i \quad \text{für} \quad 1\le i\le m \quad \text{und} \quad \lambda_1\ge\lambda_2\ge\ldots\ge\lambda_m>0 \tag{1.42}$$

eine globale Lösung für

$$\min_{\tilde u\in\mathbb{R}^m}\int_0^T \|y(t)-\langle y(t),\tilde u\rangle_W\tilde u\|_W^2\,\mathrm{d}t \quad \text{u.d.N.} \quad \|\tilde u\|_W^2=1 \tag{1.37}$$

ist.