Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Stefan Volkwein
Martin Gubisch, Roberta Mancini, Stefan Trenz

5. Juli 2011

Optimierung
Ein paar Aufgaben zur Klausurvorbereitung

Aufgabe 1

Seien X eine nicht-leere Teilmenge von $\mathbb{R}^n$ und $f : X \to \mathbb{R}^n$ eine reellwertige Funktion auf X.

Definieren Sie:

1. f ist strikt konvex.
2. X ist konvex.

Aufgabe 2

Seien $X \subseteq \mathbb{R}^n$ konvex und $f : X \to \mathbb{R}^n$ eine konvexe Funktion.

Zeigen Sie, dass die Lösungsmenge des Optimierungsproblems

$$\min_{x \in X} f(x)$$

konvex ist.

Aufgabe 3

Seien $X \subseteq \mathbb{R}^n$ offen, $x \in X$ und $f : X \to \mathbb{R}$.

1. Formulieren Sie eine notwendige und eine hinreichende Bedingung dafür, dass x ein lokales Minimum von f ist.
2. Seien jetzt $n = 2$ und $X = \mathbb{R}^2$. Geben Sie eine Funktion $f : X \to \mathbb{R}$ und einen Punkt $x \in X$ an, so dass die obige notwendige Bedingung erfüllt ist, aber x kein lokales Minimum von f ist.

3. Finden Sie weiter eine Funktion $g : X \to \mathbb{R}$ und einen Punkt $x \in X$, so dass die obige hinreichende Bedingung erfüllt ist, aber die notwendige nicht.

Aufgabe 4

1. Welche Modifikationen werden beim Quasi-Newton-Verfahren im Vergleich zum (klassischen) Newton-Verfahren vorgenommen?
2. Welche Probleme werden dabei behoben?
3. Definieren Sie die Eigenschaften *symmetrisch* und *positiv definit* für quadratische Matrizen.
4. Formulieren Sie die BFGS-Formel.
5. Welche Konvergenzrate dürfen Sie bei Benutzung dieser Formel erwarten?

Dies ist ein freiwilliges Übungsblatt zur Vorbereitung auf die Klausur; die Aufgaben werden weder korrigiert noch besprochen.