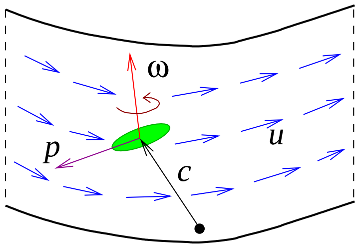
Partikeltransport in Strömungen

Schritt 1: Asymptotische Untersuchung des Strömungsfeldes um einen mitbewegten Starrkörper

$$\mathrm{div}\,u = 0$$
$$\mathrm{Re}\,(\partial_t u + u\nabla u) + \nabla p = \Delta u$$

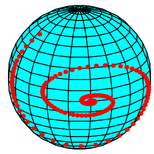
$$\rho \mathrm{Re}\,\ddot{c} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{1}{|E|}\int_{\partial E} \sigma R n\, dS$$
$$\rho \mathrm{Re}\,\frac{d}{dt}(T\omega) = \frac{1}{\varepsilon^2}\frac{1}{|E|}\int_{\partial E} y \wedge R^T \sigma R n\, dS$$



$E_\varepsilon(t) = \varepsilon R(t) E + c(t)$, mit $\dot{R} y = \omega \wedge R y$

Ergibt (in führender Ordnung) die Jeffery Gleichung:

$$\mathrm{Re}\,(\partial_t u_0 + u_0 \nabla u_0) + \nabla p_0 = \Delta u_0, \quad \mathrm{div}\,u_0 = 0$$
$$\dot{c}_0 = u_0(t, c_0)$$
$$\dot{p}_0 = J(p_0) = \frac{1}{2}\mathrm{rot}\,u_0 \wedge p_0 + \lambda\big(S[u_0]p_0 - \langle S[u_0]p_0, p_0\rangle\, p_0\big)$$

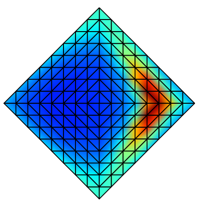


Jeffery Evolution des Orientierungsvektors

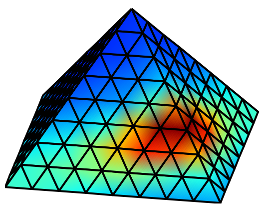
Schritt 2: Eine verdünnte Suspension kleiner Starrkörper wird an jedem Punkt $x \in \Omega$ durch eine Verteilungsfunktion $\psi(t, x, p)$ über dem Raum aller Orientierungen $p \in S^2$ beschrieben und gehorcht der Evolutionsgleichung

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \mathrm{div}_x(\psi u_0) + \mathrm{div}_p(\psi J) = \nu \Delta_p \psi$$

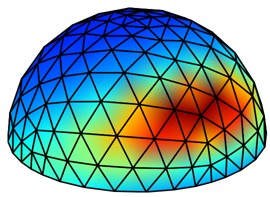
Die Gleichung kann mit FEM auf der Sphäre gelöst werden. Gitterkonstruktion:



reguläres Dreiecksgitter



projeziert auf Oktaeder



Zentralprojektion auf Hemisphäre

Kontakt: Michael.Junk@uni-konstanz.de
Web: http://www.math.uni-konstanz.de/numerik/