Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Dr. K. J. Becher
26.6.2007

Übungen zur Topologie

Blatt 11

Aufgabe 45:
Sei X ein diskreter topologischer Raum. Zeigen Sie, dass die Stone-Čech-Kompaktifizierung $\beta(X)$ mit dem Raum $\widehat{X}$ der Ultrafilter auf X (mit der in Aufgabe 33 behandelten Topologie) identifiziert werden kann.

Aufgabe 46:
Sei

$$f : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R},\ f(t) \ = \begin{cases} 0 & \text{für } t = 0\,, \\ \sin(\frac{\pi}{t}) & \text{sonst}\,. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass der Graph $\Gamma_f = \{(t, f(t)) \mid t \in [0,1]\}$ in der Spurtopologie von $\mathbb{R}^2$ zusammenhängend, aber nicht wegzusammenhängend ist.

Aufgabe 47:
Sei $A = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 0 \text{ oder } x = \frac{1}{n} \text{ für ein } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\big\}$ in der Spurtopologie von $\mathbb{R}^2$ wegzusammenhängend, jedoch nicht lokal zusammenhängend ist.

Aufgabe 48:
Zeigen Sie, dass das Komplement $\mathbb{R}^2 \setminus A$ einer abzählbaren Teilmenge $A \subset \mathbb{R}^2$ stets wegzusammenhängend ist.

Aufgabe 49:
Zeigen Sie, dass keine zwei der topologischen Räume $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{S}^1$ und $\mathbb{S}^2$ zueinander homöomorph sind.

Abgabe: Dienstag 3.7.07 in der Vorlesung.