

Übungen zur Geometrie — Blatt 5

Abgabe: Donnerstag, 13.6.2019, in den Briefkasten Nr. 9

Aufgabe 5.1 Es sei

$$\Psi:]-\pi, \pi] \times]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\rightarrow S^2 \setminus \{\pm e_3\}, (\varphi, \theta) \mapsto (\cos(\varphi) \cos(\theta), \sin(\varphi) \cos(\theta), \sin(\theta)).$$

Zeigen Sie, dass Ψ bijektiv ist.

Aufgabe 5.2 Für $x, y \in S^2$ sei $\sigma(x, y) := \|x - y\|$ die *Sehnenmetrik* auf S^2 . Zeigen Sie für die Sphärenmetrik d :

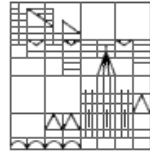
$$\sigma(x, y) \leq d(x, y) \leq \frac{\pi}{2} \sigma(x, y).$$

Aufgabe 5.3 Zeigen Sie, dass in der sphärischen Geometrie sowohl der Basiswinkelsatz als auch der Kongruenzsatz sss gelten.

Aufgabe 5.4 a) Es seien $A := (1; 0; 0)$, $B := (0; 1; 0)$, $C := \frac{1}{2}(1; 0; \sqrt{3}) \in S^2$. Zeigen Sie, dass ABC ein Eulersches Dreieck ist und berechnen Sie alle seine Seitenlängen, Innenwinkel sowie das zugehörige Poldreieck.

b) Zeigen Sie für ein Eulersches Dreieck ABC :

ABC besitzt genau dann zwei Seiten der Länge $\frac{\pi}{2}$, wenn es zwei rechte Winkel besitzt.



Übungen zur Geometrie — Blatt 5

Abgabe: Donnerstag, 13.6.2019, in den Briefkasten Nr. 9

Aufgabe 5.1 Es sei

$$\Psi:]-\pi, \pi] \times]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\rightarrow S^2 \setminus \{\pm e_3\}, (\varphi, \theta) \mapsto (\cos(\varphi) \cos(\theta), \sin(\varphi) \cos(\theta), \sin(\theta)).$$

Zeigen Sie, dass Ψ bijektiv ist.

Aufgabe 5.2 Für $x, y \in S^2$ sei $\sigma(x, y) := \|x - y\|$ die *Sehnenmetrik* auf S^2 . Zeigen Sie für die Sphärenmetrik d :

$$\sigma(x, y) \leq d(x, y) \leq \frac{\pi}{2} \sigma(x, y).$$

Aufgabe 5.3 Zeigen Sie, dass in der sphärischen Geometrie sowohl der Basiswinkelsatz als auch der Kongruenzsatz sss gelten.

Aufgabe 5.4 a) Es seien $A := (1; 0; 0)$, $B := (0; 1; 0)$, $C := \frac{1}{2}(1; 0; \sqrt{3}) \in S^2$. Zeigen Sie, dass ABC ein Eulersches Dreieck ist und berechnen Sie alle seine Seitenlängen, Innenwinkel sowie das zugehörige Poldreieck.

b) Zeigen Sie für ein Eulersches Dreieck ABC :

ABC besitzt genau dann zwei Seiten der Länge $\frac{\pi}{2}$, wenn es zwei rechte Winkel besitzt.