
Übungsblatt 1 zur Algorithmischen Algebraischen Geometrie

Aufgabe 1. Falls Du einen Computer zur Verfügung hast, installiere dort das frei erhältliche Computeralgebrasystem SINGULAR [<http://www.singular.uni-kl.de/>]. Andernfalls verschaffe Dir Zugang zu in einem Rechnerpool, auf dem SINGULAR installiert ist, etwa den PhyMa-Pool [<http://springfield.phyma.uni-konstanz.de/>]. Versuche nach der Installation, Dich ein wenig mit dem Programm vertraut zu machen, etwa indem Du [http://www.singular.uni-kl.de/Manual/latest/sing_5.htm] durcharbeitest. Schreibe ein paar Stichworte auf, die zu Deinen Erlebnissen passen und die Du in der Übungsgruppe mündlich erläutern kannst!

Aufgabe 2. Seien R und A Ringe. Zeige, dass die Zuordnungen

$$\begin{aligned} \bullet &\mapsto \begin{pmatrix} R \rightarrow A \\ r \mapsto r \bullet 1 \end{pmatrix} \\ \left(\begin{array}{c} R \times A \rightarrow A \\ (r, a) \mapsto \alpha(r)a \end{array} \right) &\longleftarrow \alpha \end{aligned}$$

eine Bijektion vermitteln zwischen der Menge der Skalarmultiplikationen $R \times A \rightarrow A$, die A zu einer R -Algebra machen, und der Menge der Ringhomomorphismen $R \rightarrow A$.

Aufgabe 3. Sei I ein Ideal des kommutativen Ringes R . Dann heißt das Ideal

$$\sqrt{I} := \bigcap \{ \mathfrak{p} \mid \mathfrak{p} \text{ Primideal von } R, I \subseteq \mathfrak{p} \}$$

das *Radikal* von I , wobei $\bigcap \emptyset := R$. Zeige

$$\sqrt{I} = \{ a \in R \mid \exists n \in \mathbb{N}_0 : a^n \in I \}.$$

Aufgabe 4. Sei C ein algebraisch abgeschlossener Körper, $n \geq 2$ und

$$f \in C[X_1, \dots, X_n] \setminus C.$$

Zeige, dass f unendlich viele Nullstellen in C^n hat.

Abgabe bis Mittwoch, den 30. Oktober 2019, 11:44 Uhr in die Zettelkästen neben F411.