Fachbereich Mathematik und Statistik
der Universität Konstanz
Prof. Dr. Salma Kuhlmann, Dr. Merlin Carl

WS 15/16
25.01.2016
Zettel 13

Übungen zur Linearen Algebra 1

Aufgabe 1: Es sei $\mathscr{E} = \{\varepsilon_1, ..., \varepsilon_5\}$ die Standardbasis des $\mathbb{R}^5$ und W ein Unterraum von $\mathbb{R}^5$, der von den Vektoren

$$\alpha_1 = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + \varepsilon_3$$
$$\alpha_2 = \varepsilon_2 + 3\varepsilon_3 + 3\varepsilon_4 + \varepsilon_5$$
$$\alpha_3 = \varepsilon_1 + 4\varepsilon_2 + 6\varepsilon_3 + 4\varepsilon_4 + \varepsilon_5$$

aufgespannt wird.

Finden Sie eine Basis für W^0.

Aufgabe 2: Sei K ein Körper, V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum mit Unterräumen W_1 und W_2.

Zeigen Sie: $(W_1 + W_2)^0 = W_1^0 \cap W_2^0$ und $(W_1 \cap W_2)^0 = W_1^0 + W_2^0$.

Zusatzaufgabe für Interessierte: Sei K ein Körper,
$S := \{M \in Mat_{n\times n}(K) : \exists A, B \in Mat_{n\times n}(K)(M = AB - BA)\}$, ferner
$U := \{M \in Mat_{n\times n}(K) : \Sigma_{i=1}^n M_{ii} = 0\}$. Zeigen Sie: U und S sind Unterräume von $Mat_{n\times n}(K)$ mit $U \subseteq S$. Bestimmen Sie die Dimension von S.

Bei jeder Aufgabe sind bis zu 10 Punkte zu erreichen.

Abgabe bis zum 01.02.2016, 12.30. Bitte werfen Sie Ihre Bearbeitungen in das Postfach Ihres Tutors im Gang F, 4. Etage.