Fachbereich Mathematik und Statistik
der Universität Konstanz
Merlin Carl

WS 14/15
10.11.2015
Aufgaben zum Induktionsprinzip

Aufgaben zum Induktionsprinzip

Aufgabe 1: Für $n \in S_n$ bezeichne S_n die Anzahl der Teilmengen von $\{1, 2, ..., n\}$, die keine zwei aufeinanderfolgenden Elemente enthalten. Ferner sei F_n die n-te Fibonaccizahl[1]. Zeige: Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $F_n = S_n$.

Aufgabe 2: Ein **Graph** ist eine Paar (X, E) bestehend aus einer Menge X von 'Ecken' und einer symmetrischen zweistelligen Relation $E \subseteq X \times X$, wobei wir die Elemente von E die 'Kanten' des Graphen nennen (dabei zählen wir die beiden Paare (x, y) und (y, x) als eines). Unter einem **Kreis** in einem Graphen $G = (X, E)$ versteht man eine Folge $(x_1, ..., x_n) \subseteq X$ paarweise verschiedener Ecken von G so, dass $\{(x_n, x_1), (x_1, x_2), ..., (x_{n-1}, x_n)\} \subseteq E$.

Zeige: Ist $3 \leq k \in \mathbb{N}$ und ist G ein Graph mit k Ecken und mindestens k Kanten, so enthält G einen Kreis mit mindestens 3 Ecken.

Aufgabe 3: Im Postamt von Sikinien gibt es nur Briefmarken im Wert von 8¢ und 11¢. Zeige, dass man damit jede Sendung exakt frankieren kann, deren Beförderungskosten mindestens 70¢ betragen.

Aufgabe 4: Auf einer kreisförmigen Fahrbahn stehen einige Autos. Legt man ihre Tankfüllungen zusammen, reichen sie für eine komplette Rundfahrt. Zeige, dass mindestens eines der Autos eine komplette Rundfahrt im Uhrzeigersinn durchführen kann, indem es unterwegs das Benzin der anderen Autos einsammelt[2].

Abgabe am 17.11.2015 im Seminar.

[1] Hier gegeben durch $F_0 = 1$, $F_1 = 2$, $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$

[2] Wir nehmen an, dass alle Autos den gleichen Benzinverbrauch haben.