

Freiwilliger Selbsttest

Die Bearbeitung ist freiwillig, es gibt weder Punkte noch eine Note und auch keine Abgabe. Die Aufgaben sollen Ihnen helfen, Ihre Beherrschung von Problemlösestrategien vor Beginn des Seminars einzuschätzen und damit ermöglichen, Ihren Lernfortschritt zu überprüfen. Wenn Sie eine Rückmeldung wünschen, können Sie Ihre Antworten - wenn Sie möchten auch unter einem Pseudonym - in der ersten Seminarsitzung am 27.10. bei mir abgeben. Am Ende des Seminars wird es einen weiteren Selbsttest geben, mit dem Sie Ihren Lernfortschritt überprüfen können.

Aufgabe 1: Zehn Leute sitzen um einen runden Tisch. Die Durchschnittsgröße aller zehn beträgt 1.75m. Jemand fällt auf, dass die Größe jedes der Anwesenden gerade der Durchschnitt der Größen seiner beiden Nachbarn ist. Finden Sie die maximale Differenz, die unter diesen Umständen zwischen der Größe des Größten und der des Kleinsten bestehen kann.

Aufgabe 2: Zeigen Sie: Für alle positiven reellen Zahlen x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 ist

$$(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1)(x_3^2 + 1)(x_4^2 + 1)(x_5^2 + 1) \geq 32x_1x_2x_3x_4x_5.$$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die Determinante der folgenden Matrix in Abhängigkeit von n :

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & \dots & (2n-1) \\ 3 & 5 & 7 & \dots & (2n+1) \\ & & \dots & & \\ (2n-1) & (2n+1) & (2n+3) & \dots & (4n-3) \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: Es sei A eine endliche Menge, $f : A \rightarrow A$ eine Funktion. Zeigen Sie: Es existiert eine natürliche Zahl k so, dass $f^k[A] = f^{k+1}[A]$. (Hierbei bezeichnet f^k die k -malige Anwendung von f und $f[X] := \{f(x) : x \in X\}$ die Menge der Bilder der Elemente von X unter f .)