

Übungen zur Mathematik für Physiker III, Blatt 11

Die Lösungen sind abzugeben am Freitag, 22.01.2010, VOR Beginn der Vorlesung.

1. Auf dem Gebiet $\Omega := \{z \in \mathbb{C} : -\pi < \Re z \leq \pi\}$ betrachten wir die Funktion $w = \sin(z)$. Man finde die Bilder der Geraden $\Re z = \text{const.}$, und die Bilder der Strecken $\Im z = \text{const.}$
2. Auf $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ betrachten wir die Funktion $f = f(z) = 1/\bar{z}$.
 - (a) Man finde alle Punkte, die von f auf sich abgebildet werden.
 - (b) Finden Sie alle Strecken, die von f auf sich selbst abgebildet werden (aber nicht unbedingt punktweise).
 - (c) Man zeige: jede Kreislinie, die durch den Ursprung verläuft, wird auf eine Gerade abgebildet.

Hinweis: Spiegelladungen in der Elektrostatik

3. Man bestimme ohne Kampfrechnen die Potenzreihen der Funktionen

$$f(z) = \frac{1}{(1+z^2)(3-z)}, \quad g(z) = \cos(z^2 - 1)$$

im Ursprung.

4. Finden Sie eine holomorphe Funktion, die die obere Halbebene auf die Einheitskreisscheibe abbildet, und den Punkt i auf 0 .
5. *Freiwillige Zusatzaufgabe*

Wohin bildet die Abbildung $f = f(z) = z^n + z^{-n}$ die Einheitskreislinie ab? Was hat das mit Tschebyscheff-Polynomen zu tun?