

Übungen zur Modellierung Blatt 3

1. Zwei Tanks K_1 und K_2 enthalten zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ je 1000 Liter 5%-ige oder 2%-ige Salzlösung. Ab diesem Zeitpunkt laufen pro Minute 60 Liter reines Wasser von außen in den Tank K_1 , werden pro Minute 80 Liter von K_1 nach K_2 gepumpt, pro Minute 20 Liter von K_2 nach K_1 , und 60 Liter laufen von K_2 ab. Jeder Tank sei jederzeit perfekt durchmischt.

Stellen Sie passende Differentialgleichungen auf.

Wieviel Salz ist zum Zeitpunkt t in den Tanks (erraten Sie die Lösungsfunktionen notfalls)? Was passiert für $t \rightarrow \infty$? Wie ändert sich die Situation, wenn von außen 10%-ige Salzlösung in K_1 einfließt?

2. Gegeben ist ein Behälter (z.B. ein Eimer). In Höhe h über dem Boden hat er die Querschnittsfläche $F(h)$. Im Boden ist ein Loch mit der Querschnittsfläche A . Durch dieses Loch strömt die (ideale) Flüssigkeit aus, und zwar mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$, wobei g die Erdbeschleunigung ist und $h = h(t)$ die Flüssigkeitshöhe zur Zeit t .
 - (a) Man stelle eine Differentialgleichung auf für $h = h(t)$.
 - (b) Man löse diese Differentialgleichung, wenn der Behälter ein *stehender* Kreiszyylinder ist mit der Höhe H und dem Radius R .
3. Wir stoßen ein Boot in einem ruhenden Gewässer an. Wie bewegt es sich, wenn die Reibungskraft proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist?