

Übungen zur Modellierung (letztes) Blatt 6

Diese Übungen werden behandelt am 12. Juli (Dienstagsgruppe),
und (wg. IMO) am 6. und 7. Juli (Mittwochs / Donnerstagsgruppe).
Abgabe entsprechend am 5. Juli und 4. Juli.

1. Eine Luftblase ist in einer zähen Flüssigkeit (z.B. Shampoo), und zwar am Boden eines Behälters. Die Reibungskraft ist direkt proportional zur Viskosität der Flüssigkeit (= eine Materialkonstante), zum Luftblasenradius, und zur Geschwindigkeit.
Ermitteln Sie die Bewegung der Luftblase. Wie hängt die Grenzgeschwindigkeit vom Radius ab ?
2. Es sei eine Rennstrecke gegeben. Der innere Rand der Straße habe die Parametrisierung (in einem üblichen (x, y) -Koordinatensystem)

$$x_i(\varphi) = 4 \cos \varphi, \quad y_i(\varphi) = \sin \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi,$$

und der äußere Rand der Straße habe die Parametrisierung

$$x_a(\varphi) = 4.5 \cos \varphi, \quad y_a(\varphi) = 1.5 \sin \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi.$$

Eine Punktmasse (mit Masse gleich Eins) soll diese Rennstrecke so schnell wie möglich durchlaufen, dabei aber nicht aus der Kurve getragen werden. Deshalb darf die Fliehkraft nirgendwo den Wert 4 übersteigen.

Finden Sie eine möglichst gute Bahnkurve. Alle Hilfsmittel (Matlab, Maple, ...) sind zulässig !

Wer findet die Beste Trajektorie ?