

Übungen zu Dynamischen Systemen Blatt 1

1. Gesucht sind alle Orbits und die jeweiligen Phasenporträts für die Differentialgleichungen

$$x' = x - x^3 + 1, \quad x' = -x - x^3 + 1.$$

2. Zeigen Sie: wenn $x'(t) = f(x(t))$ mit $f \in C^1(\mathbb{R}; \mathbb{R})$ und $x(0) = x_0$, und wenn der Vorwärtsorbit $\gamma_+(x_0)$ beschränkt ist, dann existiert die Lösung x bis zu $t = +\infty$.

Zeigen Sie weiterhin: dann existiert $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ und ist ein Gleichgewichtspunkt.

3. Auf dem Kreis, beschrieben durch $0 \leq x \leq 2\pi$, betrachten wir die Differentialgleichungen

$$x' = 1 - 2 \sin x, \quad x' = 1 - \sin x.$$

Skizzieren Sie die Phasenporträts auf dem Kreis und untersuchen Sie die Stabilität eventuell vorhandener Gleichgewichtspunkte.