

Übungen zu Dynamischen Systemen Blatt 5

1. Gesucht sind die Bifurkationsdiagramme der Gleichgewichtslösungen der folgenden Systeme:

$$\begin{aligned}x_1' &= -x_2, & x_2' &= \lambda x_1 - x_2, \\x_1' &= x_2, & x_2' &= -x_2 + x_1^2 - \lambda.\end{aligned}$$

2. Gesucht sind Stabilitätseigenschaften am Ursprung für das System

$$\begin{aligned}x_1' &= x_2 + x_1 x_2 + a x_1 x_2^2, \\x_2' &= -x_1 - x_1^2 + x_2^2,\end{aligned}$$

abhängig vom Parameter a .

3. Es ist zu zeigen, daß das System

$$\begin{aligned}x_1' &= 2x_1 x_2, \\x_2' &= \frac{1}{4} - x_1^2 + x_2^2\end{aligned}$$

zwei Zentren hat.

Hinweis: Substitution $x_1 \mapsto x_1 + 1/2$

4. Die Gleichung $y'' + (y')^3 - 2\lambda y' + y = 0$ (mit $\lambda \approx 0$) tritt gelegentlich in der Akustik auf (Rayleigh-Gleichung).

Untersuchen sie die Poincare-Andronov-Hopf-Bifurkation bei $\lambda = 0$. Bestimmen Sie den Stabilitätstyp des periodischen Orbits.