Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
M. Dreher

17.11.2006

Stolperfallen in der Mathematik (unvollständig)

Keine Subtraktion/Division von Ungleichungen

Aus $a < b$ und $c < d$ folgt weder $a - c < b - d$ noch $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$.

Aufpassen beim Wurzelziehen

Es ist $\sqrt{a^2} = |a|$, aber nicht immer $\sqrt{a^2} = a$.

Vorsicht mit Umkehrfunktionen (verallgemeinert vorigen Hinweis)

$$\begin{aligned} a^2 = b^2 \quad &\not\Rightarrow \quad a = b \\ \tan\varphi = c \quad &\not\Rightarrow \quad \varphi = \arctan c \end{aligned}$$

Keine Division durch Vektoren

Aus $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ folgt nicht $\vec{b} = \vec{c}$, sondern nur $\vec{b} - \vec{c} \perp \vec{a}$. Ähnliches gilt für $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$ und $A\vec{x} = B\vec{x}$.

Produkte von Vektoren sind nie assoziativ

Es ist $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} \neq \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$ und $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} \neq \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$.

Bei Matrix-Produkten ist die Reihenfolge entscheidend

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Unterscheiden Sie zwischen einer *Funktion* und dem *Wert* dieser Funktion

Die *Funktion* $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist eine Vorschrift, wie aus einer Zahl $x \in \mathbb{R}$ der Funktionswert $f(x) \in \mathbb{R}$ berechnet wird.

Im Gegensatz dazu ist der *Wert* $f(x)$ einfach nur eine Zahl aus $\mathbb{R}$.

Kein mechanisches Ausmultiplizieren von Klammern

Lösen Sie Klammern nur dann auf, wenn Sie sich davon einen Vorteil versprechen.

Sei z.B. $f(x) = \frac{3x+7}{(x+2)^2}$. Suchen Sie die Wendepunkte von f durch Nullsetzen von f'' auf zwei Wegen: zuerst konsequentes Ausmultiplizieren sämtlicher auftauchender Klammern, dann durch konsequentes Stehenlassen aller Klammern (und geschicktes Kürzen).

Andererseits ist Ausmultiplizieren bei Skalarprodukten $\left\langle \sum_j u_j, \sum_k v_k \right\rangle$ häufig sinnvoll, wenn viele der Vektoren u_j, v_k aufeinander senkrecht stehen.

Die Aussage „Jeder gesunde Hund hat zwei Beine“ ist in der Mathematik wahr,

denn sie schließt keineswegs aus, daß er noch zwei zusätzliche Beine hat, die von den erstgenannten paarweise verschieden sind.