

Algebraische Topologie
Matthias Franz (mfranz@uwo.ca)
Universität Konstanz, Sommersemester 2008
2stündig plus 14tägig 2stündige Übungen
Inhaltsübersicht (einschl. Übungen)

0. Motivation

Residuensatz

Sätze von Stokes und Gauß

1. Simpliciale Homologie

affin unabhängige Mengen, baryzentrische Koordinaten, Simplexe

konvexe Teilmengen des \mathbb{R}^n mit innerem Punkt sind homöomorph zur n -Kugel (und der Rand gleichzeitig zu S^{n-1})

(endliche) Simplicialkomplexe, Unterkomplexe, simpliciale Abbildungen

der einem Simplicialkomplex zugrundeliegende Raum, Triangulierungen

Konstruktion von Räumen durch „beschriftete“ Simplicialkomplexe (s. Skript)

Beispiele: Möbiusband, reelle projektive Ebene \mathbb{RP}^2 , Kleinsche Flasche

simpliciale Ketten- und Homologiegruppen, reduzierte Homologie

simpliciale Abbildungen induzieren Abbildungen in der Homologie, Funktorialität (explizit formuliert: Identitäten und Kompositionen gehen auf Identitäten bzw. Kompositionen)

Homologie von Komplexen mit mehreren Komponenten, von Kegeln, von Simplexen und deren Rändern, von Einhängungen, des Möbiusbandes und von \mathbb{RP}^2

allgemeine Kettenkomplexe (über \mathbb{Z}) und ihre Morphismen

lange exakte Homologiefolge einer kurzen exakten Folge von Kettenkomplexen

Mayer-Vietoris für simpliciale Homologie

2. Singuläre Homologie

singuläre Simplexe, Ketten und Homologie

Homologie von Räumen mit mehreren Wegzusammenhangskomponenten

stetige Abbildungen induzieren Abbildungen in der Homologie, Funktorialität (explizit formuliert)

Raumpaare, relative Homologie, lange exakte Homologiefolge eines Raumpaars (relative Homologie später nicht benutzt)

Homotopien, Homotopieäquivalenzen, Deformationsretrakte, zusammenziehbare Räume

Kettenhomotopien

Homotopieinvarianz der singulären Homologie

Mayer-Vietoris für singuläre Homologie (baryzentrische Unterteilung nicht ausgeführt)

Fünfer-Lemma

Isomorphie von simplizialer und singulärer Homologie

3. Anwendungen

Brouwerscher Fixpunktsatz

Dimensionsinvarianz

Einbettungen von Kugeln und Sphären in Sphären, verallgemeinerter Jordanscher Kurvensatz

Gebietsinvarianz

nicht behandelt

unendliche Simplizialkomplexe, CW-Komplexe

Kategorien und Funktoren

Eilenberg-Steenrod-Axiome

Ausschneidungssatz

Homologie mit Koeffizienten, universelles Koeffiziententheorem

Homologie von Produkten, Künneth-Formel

Kohomologie, Cup-Produkt