

Notation: $\text{Sym } S$ bezeichnet die Gruppe der Permutationen von S .

Fortsetzung mit Ansatz von Proposition 1:
Proposition 2. die Abbildung

$$\begin{aligned} T: G &\longrightarrow \text{Sym } S \\ g &\longmapsto T(g) \end{aligned}$$

ist ein Gruppenhom. □

Definition 4. $\ker T \triangleleft G$ heißt der Kern der Aktion.

Die Aktion heißt effektiv wenn $\ker T = \{1\}$.

Beispiele.

(0) G operiert auf S und $H \leq G \Rightarrow H$ operiert auf S (durch Einschränkung)

G operiert auf S und $\emptyset \subseteq S \Rightarrow G$ operiert auf \emptyset (auch Einschränkung).
if well defined !

(1) $S = G$, definiere die Aktion

"linke Multiplikation": $(g, x) \mapsto gx$

ist eine effektive Aktion, Produkt in G