Algebra BIII

— Kuhlmann —

27. Vorlesung am 11.02.2013.

Bemerkung 1: sei $E \mid F$ eine endliche (i.e. endl. dimensionale) separable Erweiterung; dann ist $E \mid F$ endlich erzeugt durch z.B. $\{a_1, \dots, a_n\}$; a_i algebraische und separable Elemente.

Sei $f_i(x)$ das Minimalpolynom von a_i; $f_i(x)$ ist separable irreduzible. Setze

Korrectur → $$f(x) := \prod_{\substack{1 \leq i \leq n \\ \text{mit } f_i \neq f_j \text{ für } j < i}} f_i(x)$$ $f(x)$ ist separable.

Setze $K :=$ Zerfällungskörper von $f(x)$ über E.

Da $K \supseteq F(a_1, \dots, a_n)$ ist es klar daß K auch Zerfällungskörper von $f(x)$ über F; so

(1) $K \mid F$ ist normal

Anderseits, jede normale Erweiterung von E enthält einen Zerfällungskörper für $f(x)$ über F

(2) also damit enthält eine isomorphe Kopie von K.

(3) Also ist K bis Isomorphie eindeutig bestimmt durch