Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Alexander Prestel
WS 2008/2009

ALGEBRAISCHE GEOMETRIE

10. Übungsblatt
Abgabe am Fr 23.01. in der Vorlesung

10.1. Sei A ein Ring. Seien $\mathfrak{p}_i \subset A$ Primideale für $i = 1, ..., n$ und $I \subset A$ ein Ideal. Zeigen Sie: Ist $I \subset \mathfrak{p}_1 \cup \cdots \cup \mathfrak{p}_n$, so ist $I \subset \mathfrak{p}_i$ für ein $i \in \{1, \ldots, n\}$.

10.2. Zeigen Sie, dass jede endliche Menge $S \subset \mathbb{A}^2$(bzw. $S \subset \mathbb{P}^2$) durch zwei Polynome (bzw. homogene Polynome) gegeben wird, d.h. $S = V(f, g)$ für geeignete $f, g \in K[X, Y]$ (bzw. $K[X, Y, Z]^h$).

10.3. Man nennt einen Morphismus $\varphi : X \to Y$ zwischen affinen Varietäten *endlich*, falls $K[X]$ ganz über $\varphi^\star(K[Y])$ ist.
Zeigen Sie, dass die Fasern eines endlichen Morphismus endlich sind.

10.4. Betrachten Sie den Morphismus $\varphi : \mathbb{A}^2 \to \mathbb{A}^2, (x, y) \mapsto (xy, y)$.

a) Ist dies ein dominanter Morphismus?
b) Ist es ein endlicher Morphismus?