Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. A. Prestel
WS 2008/2009

ALGEBRAISCHE GEOMETRIE

12. Übungsblatt
Abgabe am Freitag, den 6. Februar 2009 im F436

12.1. Sei K wie üblich algebraisch abgeschlossen. Bestimmen Sie die Dimensionen der Varietäten $\mathrm{GL(n,K)}$ und $\mathrm{SL(n,K)}$ ($\det = 1$).

12.2. a) Jede irreduzible Quadrik $Q \subset \mathbb{P}^n$ (d.h. eine Hyperfläche definiert durch ein irreduzibles homogenes Polynom $f(X_1, \cdots, X_{n+1})$ vom Grad 2) ist birational zum $\mathbb{P}^{n-1}$.
(*Hinweis: Finden Sie eine passende lineare Variablentransformation, so dass* $f = X_1X_2 + f_2(X_3 + ... + X_{n+1})$ *ist.*)

b) Zeigen Sie: Die Quadrik $Q \subset \mathbb{P}^3$ definiert durch $x_1y_2 = x_2y_1$ ist nicht isomorph zum $\mathbb{P}^2$.
(*Hinweis: Im* $\mathbb{P}^2$ *schneiden sich je zwei Kurven.*)

12.3. Zeigen Sie, dass Kubik definiert durch $y^2 - x^3 = 0$ birational zum $\mathbb{P}^1$ ist.

12.4. Finden Sie eine konstruktible Teilmenge des $\mathbb{A}^2$, welche nicht lokal abgeschlossen ist.