Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. A. Prestel
WS 2008/2009

ALGEBRAISCHE GEOMETRIE

7. Übungsblatt
Abgabe am Freitag, den 12. Dezember 2008 in der Vorlesung

7.1. a) Geben Sie vier Beispiele von R-wertigen Funktionengarben $\mathcal{O}_{\mathbb{R}}$ auf $\mathbb{R}$ mit der euklidischen Topologie an.
b) Finden Sie weitere Beispiele für topologische Räume mit Funktionengarbe.

7.2. Man zeige, dass die Gruppe $GL_n(K)$ der invertierbaren $(n \times n)$-Matrizen über K eine Prävarietät V bildet, so dass die Multiplikation $V \times V \to V$ und das Invertieren $V \to V$ Morphismen sind.

7.3. Sei $\varphi : \mathbb{A}^n \to \mathbb{A}^n$ der durch die Polynome $f_1, \ldots, f_n \in K[X_1, \ldots, X_n]$ definierte Morphismus und sei $J_\varphi := \det \left(\frac{\partial f_i}{\partial X_j} \right)_{1 \le i,j \le n}$ das *Jacobische Polynom* von φ.
Man beweise: Ist φ ein Isomorphismus, so ist $J_\varphi \in K \setminus \{0\}$ konstant.

7.4. Überlegen Sie sich, warum man den Begriff der Isomorphie für projektive K-Varietäten nicht viel naheliegender verallgemeinert hat, wie z.B. zwei projektive Varietäten X und Y heissen isomorph, genau dann wenn die Ringe $\mathcal{O}_X(X)$ und $\mathcal{O}_Y(Y)$ der global definierten Funktionen nach K, die sich lokal als Brüche von homogenen Polynomen gleichen Grades schreiben lassen, als K-Algebren isomorph sind?