Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. A. Prestel
David Grimm

3. November 2006

Mathematische Logik

2. Übungsblatt

Aufgabe 1 Sei L eine formale Sprache mit den Funktionszeichen $|.|$ (einstellig), $f, +, *, -$ (zweistellig) und dem zweistelligen Relationszeichen $<$ sowie den Konstanten $0, 1, x_0, y_0$.

Formalisiere in L den Satz über implizite Funktionen: Verschwindet die Funktion f an der Stelle (x_0, y_0), nicht aber die Ableitung nach der zweiten Variablen von f, so gibt es offene Umgebungen U von x_0 und V von y_0 derart, dass es für alle $x \in U$ genau ein $y \in V$ gibt mit $f(x, y) = 0$.

Aufgabe 2 Bei welchen der folgenden Implikationen handelt es sich um aussagenlogische Tautologien?

a) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to (\alpha \wedge \beta \to \gamma)$

b) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to (\alpha \vee \beta \to \gamma)$

c) $(\alpha \to (\beta \to \gamma)) \to ((\alpha \to \beta) \to \gamma)$

d) $(\alpha \wedge (\beta \to \gamma)) \to (\alpha \wedge \beta \to \gamma)$

e) $(\alpha \to \gamma) \wedge (\beta \to \gamma) \to (\alpha \vee \beta \to \gamma)$

Aufgabe 3 Sei L eine formale Sprache mit den Funktionszeichen $-$ (einstellig), $+, \cdot$ (zweistellig) und den Konstanten $0, 1$. Es sei Σ die Menge der folgenden vier Axiome:

$$\begin{array}{ll} \forall x, y, z & (x + y) + z \doteq x + (y + z) \\ \forall x, y, z & (x + y) \cdot z \doteq x \cdot z + y \cdot z \\ \forall x & x + 0 \doteq x \\ \forall x & x + (-x) \doteq 0 \end{array}$$

Zeige $\Sigma \vdash (0 \cdot 0 \doteq 0)$.

Abgabe: **Mittwoch** 15. November 2006, in der Vorlesung