

Mathematische Logik

3. Übungsblatt

Aufgabe 1 Leite die folgende Regel ab

$$\frac{t' \doteq t''}{f_j(t_1, \dots, t', \dots, t_{\mu(j)}) \doteq f_j(t_1, \dots, t'', \dots, t_{\mu(j)})}$$

Aufgabe 2 Eine Formel hat *konjunktive* beziehungsweise *disjunktive Normalform*, wenn sie von der Gestalt

$$(\varphi_{11} \vee \dots \vee \varphi_{1k_1}) \wedge \dots \wedge (\varphi_{n1} \vee \dots \vee \varphi_{nk_n})$$

beziehungsweise

$$(\varphi_{11} \wedge \dots \wedge \varphi_{1k_1}) \vee \dots \vee (\varphi_{n1} \wedge \dots \wedge \varphi_{nk_n})$$

ist, wobei die φ_{ij} sogenannte *Basisformeln* sind, d.h. Primformeln oder negierte Primformeln.

Zeige, dass es zu jeder quantorenfreien Formel φ eine Formel ψ in konjunktiver beziehungsweise disjunktiver Normalform mit den gleichen freien Variablen gibt, für die gilt

$$\emptyset \vdash (\varphi \leftrightarrow \psi).$$

Aufgabe 3 Es seien die zweistelligen Funktionszeichen $+$, \cdot , sowie das n -stellige Relationszeichen S gegeben. Dabei bezeichnen $+$ und \cdot die Addition und Multiplikation in \mathbb{R} und $S(x_1, \dots, x_n)$ bezeichne die Zugehörigkeit des n -Tupels (x_1, \dots, x_n) zu einer gewissen Menge $S \subseteq \mathbb{R}^n$.

Formalisiere: S ist kompakt.

Abgabe: Mittwoch 22. November 2006, in der Vorlesung.