Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Sommersemester 2017

Cordian Riener
Sebastian Gruler

Darstellungstheorie endlicher Gruppen – Übungsblatt 1

Aufgabe 1.
Sei S eine endliche Menge und G eine endliche Gruppe, die auf S wirkt. Sei $\mathbb{C}S$ die entsprechende Permutationsdarstellung und χ der dazugehörende Character. Zeige, dass für $g \in G$ der Wert $\chi(g)$ genau die Anzahl von Fixpunkten von g zählt.

Aufgabe 2.
Es sei G eine endliche Gruppe und $M(G)$ eine Matrix-Darstellung. Der Kern der Darstellung ist dann die Menge $N = \{g \in G : M(g) = Id\}$. Zeige, dass N ein Normalteiler von G ist. Betrachte nun G/N und definiere die Abbildung Y via $Y(gN) = M(g)$ für alle $gN \in G/N$. Zeige, dass Y eine wohldefinierte Darstellung von G/N ist und dass Y genau dann irreduzibel ist, wenn $M(G)$ irreduzibel ist.

Aufgabe 3.
Erinnerung: Das Zentrum Z_G einer Gruppe G ist die Menge aller Elemente die kommutieren. Sei $M(G)$ eine irreduzible Darstellung von G in Matrixform. Zeige, dass für $g \in Z_G$ gilt $M(g) = c \cdot I$ für ein scalar c.

Aufgabe 4.
Es sei V ein G-Modul und U und W Untermodul von V. Zeige: $U \cap W$ und $U \oplus W$ sind auch wieder Untermoduln von V

Abgabe bis Mittwoch, den 17. Mai 2017, um 10:00 Uhr in Briefkasten Nr. 18.