Universität Konstanz Cordian Riener
Fachbereich Mathematik und Statistik Sebastian Gruler
Sommersemester 2017 Julian Vill

Darstellungstheorie endlicher Gruppen – Übungsblatt 4

Aufgabe 1.
Sei $H \subset G$ eine Untergruppe und seien ψ und χ die entsprechenden Charaktere. Zeige, dass

$$\langle \psi \overset{G}{\underset{H}{\downarrow}}, \chi \rangle = \langle \psi, \chi \overset{G}{\underset{H}{\uparrow}} \rangle$$

gilt, wobei mit dem Pfeil nach unten die Einschränkung der Darstellung und mit dem Pfeil nach oben die induzierte Darstellung gemeint ist.

Aufgabe 2:
Sei G eine endliche Gruppe. Betrachte den Gruppenring $\mathbb{K}[G]$. Wir nehmen an, dass

$$\mathbb{K}[G] = \bigoplus_i m_i V_i$$

gilt, wobei alle V_i paarweise nicht äquivalente irreduzible Darstellungen sind. Zeige: $m_i = \dim V_i$ und $\sum_i m_i^2 = |G|$.

Aufgabe 3:
Mit den Bezeichnungen wie in der letzten Aufgabe zeige, dass die Anzahl der Konjugationsklassen von G genau der Anzahl der V_i entspricht. *(Hinweis: Wir hatten auf einem Übungsblatt gesehen, dass* $\dim Z_{End(\mathbb{K}[G])}$ *genau der gesuchten Anzahl entspricht.)*

Aufgabe 4:
Sei $\lambda \vdash n$ und betrachte die Darstellung M^λ der symmetrischen Gruppe S_n. Finde eine Formel für den Wert des entsprechenden Charakters φ_λ auf der Konjugationsklasse K_λ von S_n.

Abgabe bis Mittwoch, den 28. Juni 2017, vor der Vorlesung um 10:00 Uhr in Briefkasten Nr. 18.