Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Sommersemester 2017

Cordian Riener
Sebastian Gruler
Julian Vill

Darstellungstheorie endlicher Gruppen – Übungsblatt 5

Aufgabe 1:
Betrachte ein Tableau t und eine Permutation π. Zeige dass gilt:

1. $Z_{\pi(t)} = \pi Z_t \pi^{-1}$,
2. $S_{\pi(t)} = \pi R_t \pi^{-1}$,
3. $\kappa_{\pi(t)} = \pi \kappa_t \pi^{-1}$,
4. $e_{\pi(t)} = \pi e_t$.

Aufgabe 2:
Betrachte $\lambda = (n-1, 1)$ und identifiziere die einzelnen Tableaux über das eindeutige Element in der zweiten Zeile. Untersuche nun den Modul S^λ und den dazugehörenden Charakter χ_λ und zeige das folgende:

1. $S^\lambda = \{c_1\mathbf{1} + \ldots + c_n\mathbf{n} \,:\, c_1 + \ldots c_n = 0\}$
2. Sei $\pi \in S_n$. Dann gilt

$$\chi_\lambda(\pi) = (\text{Anzahl der Elemente die von } \pi \text{ fixiert werden}) - 1$$

Aufgabe 3:
Sei $G \subset \mathrm{GL}_n$ eine Untergruppe von kommutativen Matrizen. Zeige mittels Darstellungstheorie, dass es eine Basis gibt, in der alle Matrizen von G diagonal sind.

Aufgabe 4:
Seien M_1, M_2 irreduzible Matrix-Darstellungen einer Gruppe G. Dann ist das *innere Tensorprodukt* definiert als

$$(M_1 \hat{\otimes} M_2)(g) = M_1(g) \otimes M_2(g) \text{ für alle } g \in G.$$

Zeige, dass $\hat{\otimes}$ eine Darstellung von G liefert und finde eine Gruppe G, so dass $(M_1 \hat{\otimes} M_2)$ nicht irreduzibel ist.

Abgabe bis Mittwoch, den 12. Juli 2017, vor der Vorlesung um 10:00 Uhr in Briefkasten Nr. 18.