Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Jun.-Prof. Dr. Arno Fehm
Christoph Hanselka
SS 2014

Übungen zur Vorlesung
Arithmetische Geometrie II

Blatt 1

Aufgabe 50

Seien $K \subseteq L \subseteq M$ Körper mit $M|K$ galoissch. Zeigen Sie: Die natürliche Injektion $\mathrm{Gal}(M|L) \to \mathrm{Gal}(M|K)$ ist eine topologische Einbettung.

Aufgabe 51

Geben Sie ein Beispiel eines inversen Systems nichtleerer topologischer Räume $(X_i)_{i\in I}$ mit $\varprojlim_{i\in I} X_i = \varnothing$.

Aufgabe 52

Wir betrachten die elliptische Kurve

$$E : y^2 = x^3 + x$$

über $\mathbb{Q}$.

(a) Bestimmen Sie Δ und j_E sowie die Gruppen $E[2]$, $\bar{E}(\mathbb{F}_3)$ und $\bar{E}(\mathbb{F}_5)$.
(b) Bestimmen Sie $E(\mathbb{Q})_{\mathrm{tor}}$.
(c) Finden Sie ein $d \in \mathbb{Z}$ für das $E(\mathbb{Q}(\sqrt{d}))$ unendlich ist. (*Bemerkung: Man kann zeigen, dass E Rang 0 über $\mathbb{Q}$ hat.*)

Aufgabe 53

Sei K ein Zahlkörper, $E|K$ eine elliptische Kurve und $m \geq 2$ eine ganze Zahl. Wiederholen Sie den Beweis (III.7.1-7.13), dass $E(K)/mE(K)$ endlich ist.

Abgabe: bis Mittwoch 30.04.2014, 14 Uhr, in den Briefkasten auf F4.