

Einleitung

Es gibt viele gute und auch einige sehr gute Bücher über Gewöhnliche Differentialgleichungen. Das vorliegende Buch versucht keineswegs, allein die Zahl solcher Bücher zu erhöhen; das Hauptziel wird aus dem Untertitel „*Theorie und Praxis*“ und dem Zusatz „*vertieft und visualisiert mit Maple*“ deutlich. Sein besonderer Reiz liegt in der Kombination einer sehr sorgfältig ausgearbeiteten zeitgemäßen Einführung in die Theorie mit zahlreichen Beispielen und zugehörigen Arbeitsblättern mit ‚*Maple vom Feinsten*‘. Das *Computeralgebrasystem* wird so mit den Inhalten der Theorie verknüpft, daß das *Schwergewicht* auf *Erklärung, Vertiefung, Einübung* und *Visualisierung* liegt.

Es wird eine Einführung in die Theorie der Gewöhnlichen Differentialgleichungen gegeben für Mathematiker, Physiker, Wirtschaftswissenschaftler und Ingenieure — allgemeiner auch für Studierende mit Mathematik als Nebenfach. Dabei haben wir durchaus auch die vermehrt eingeführten *Bachelor-Studiengänge* im Blick, bei denen eine angemessene Stoffreduzierung gegenüber vielen herkömmlichen Darstellungen unumgänglich ist.

Gerade auch bei den Differentialgleichungen ist *Visualisierung*, oft gekoppelt mit dynamischen Abläufen, besonders wichtig. Bei uns wird zusätzlich gezeigt, wie man solche Dinge relativ leicht selbst verwirklichen kann.

Solide Grundkenntnisse der Linearen Algebra vorausgesetzt, kann unser Buch nach einer zweisemestrigen Einführung in die Analysis, also ab dem 3. Studiensemester, gewinnbringend für *alle* Studiengänge herangezogen werden. Dem *Lernenden* werden mathematisch ‚saubere‘ und leistungsfähige Methoden an die Hand gegeben, was die praktische Arbeit wesentlich erleichtert. Der *Lehrende* findet ein ansprechendes und ausgefeiltes Buch, das er zur Orientierung oder als Begleittext ohne jeden Vorbehalt empfehlen kann.

Gleich zu Beginn sei ausdrücklich gesagt: Vokabeln wie etwa ‚Leser‘ sollten stets als ‚Leser*in* und Leser‘ verstanden werden. Sprachliche Spielereien wie ‚LeserInnen‘ oder ‚der (die) Leser(in)‘ und Ähnliches finden wir unschön und wenig sinnvoll. Auch wenn wir das nicht fortwährend betonen: *Weibliche und männliche Leser des Buches sind uns gleichermaßen willkommen.*

Das vorliegende Buch kann den *Lernenden* von Beginn an begleiten und als Grundlage oder Ergänzung zu einer Einführung in die Gewöhnlichen Differentialgleichungen im Grundstudium dienen. Es schafft gute Voraussetzungen für die Beschäftigung mit weiterführenden oder allgemeineren Themen und vor allem für die vielfältigen Anwendungen.

Das Buch kann dem *Lehrenden*, der die zu präsentierenden Themen und Methoden stärker heutigen computerunterstützten Möglichkeiten anpassen will, eine gute Hilfe und zuverlässiger Wegweiser sein.

Wir haben uns immer wieder bemüht, dem Leser die zugrundeliegenden Ideen nahezubringen und ihn zum Mitmachen zu animieren. Dies hat die Darstellung stark geprägt.

Zu allen Themen finden sich im Text zahlreiche, meist vollständig durchgerechnete und mit Bedacht ausgewählte **Beispiele**. Die große Fülle der ausgeführten Beispiele zeigt ausgiebig das „*Wie*“, der sonstige Text erläutert das „*Warum*“. Die Maple-Arbeitsblätter zeigen dann, wie man die Dinge mit einem Computeralgebrasystem umsetzen kann. Sie geben vielfältige Anregungen zum selbständigen Experimentieren.

Instruktive und sorgfältig ausgewählte **Abbildungen** tragen — auch schon im Textteil — zur Veranschaulichung des Stoffes bei und erleichtern so das Verständnis.

Auf ein detailliertes Durchgehen der Gliederung des Buches verzichten wir. Das ausführlich gehaltene Inhaltsverzeichnis gibt vorweg genügend Übersicht. Ein erstes Durchblättern dürfte zur Lektüre des gesamten Buches verführen. Es seien nur einige Besonderheiten des Textes erwähnt:

- Anders als in vielen sonstigen Lehrbüchern wird der Stoff an dem orientiert, was in einem Semester im Grundstudium machbar ist. Die vielen ungewöhnlich positiven Rückmeldungen von Studenten und Kollegen zu unserem entprechenden Buch über Funktionentheorie zeigen, daß eine Darstellung der vorgelegten Art sehr willkommen ist.
- Exemplarisch werden *Anwendungsbeispiele* unter verschiedenen Aspekten angesprochen.
- LAPLACE-*Transformationen* werden angemessen behandelt, da sie — besonders für viele Praktiker — ein unverzichtbares Werkzeug darstellen.
- Viele Themen werden relativ früh mit Vorteil für allgemeine *DGL-Systeme* behandelt und dann jeweils auf den zweidimensionalen Fall beziehungsweise Differentialgleichungen höherer Ordnung spezialisiert. Dies erweist sich als fruchtbar und erhöht die Durchsichtigkeit.
- Nach der Pflicht in den ersten 7 Kapiteln enthält der Anhang über *Matrixfunktionen* noch ein Kürprogramm. Die Beschäftigung mit diesem Thema entwickelte sich ursprünglich aus der Frage, *wie* ein Computeralgebrasystem — hier speziell Maple — die Exponentialfunktion von Matrizen beziehungsweise allgemeiner Matrixfunktionen berechnet.
- Zahlreiche *historische Anmerkungen und Notizen* unterstreichen, daß sich hinter den zentralen Begriffen und Theorien der Mathematik das Wirken herausragender Einzelpersonlichkeiten verbirgt.

Natürlich konnten nicht alle Themen behandelt werden: So fehlen etwa bewußt der Satz von PEANO, separate Eindeutigkeitsüberlegungen, Ausführungen zum LORENTZ-Attraktor und weitergehende Stabilitätsaussagen.

Zur **inhaltlichen und didaktischen Konzeption** ist folgendes zu sagen:

Unser Buch soll den Lernenden ab dem dritten Semester begleiten und wird sicher auch später noch zuverlässiger Ratgeber und Nachschlagemöglichkeit sein. Es ist durchaus auch zum Selbststudium geeignet; denn es ermuntert fortwährend zu aktivem Mitdenken und eigenem Tun. Dabei ist die mathematische Darstellung durch die Computerrealisierung begleitet. Beide Ebenen werden jedoch bewußt voneinander getrennt.

Die Darstellung ist weit entfernt davon, eine bloße Sammlung von Kochrezepten zu sein. Gerade die mathematisch strenge Herleitung zentraler Ideen und durchgehend präzise Formulierung fördern entscheidend Verständnis und Durchblick und geben so erst die gewünschte Sicherheit bei der Anwendung. Nur ganz vereinzelt, wo ein vollständiger strenger Beweis nicht ratsam schien, beschränken wir uns auf einen Literaturverweis.

Zu Maple

Wir wollen Lernende, Lehrende und Praktiker gewinnen, ein Computeralgebrasystem im ‚Alltag‘ angemessen einzusetzen. Anwender können stärker für die erforderliche Theorie gewonnen werden, wenn — mehr als sonst meist üblich — Verbindungen zum praktischen Rechnen erkennbar sind. Das dauernde Wechselspiel zwischen Text, dort auch mit vielen ausführlich durchgerechneten instruktiven Beispielen, und ‚Maple-Worksheets‘, kurz **MWSs**, führt zu einer wesentlich besseren Durchdringung des Stoffes. Viele Beispiele des Textteils werden in den MWSs aufgegriffen und neue Gesichtspunkte beleuchtet, die nicht nur für Maple-Nutzer interessant sind. Auch andere Leser finden hier ergänzendes Material und ausführlich durchgerechnete Aufgaben.

Wir hoffen, daß etwas von unserer Begeisterung auf die Leser überspringt und Lehrende neue Impulse für die Gestaltung ihrer Vorlesungen mitnehmen. Computeralgebrasysteme wie etwa Maple können in Kombination mit innovativen Ansätzen Lehre, Lernen und den Gebrauch von Mathematik nachhaltig reformieren. Wir stehen erst am Anfang einer rasanten Entwicklung.

Der Stoff kann effizienter und weniger fehleranfällig präsentiert werden, als dies allein mit Bleistift und Papier bzw. Kreide und Tafel möglich ist. Vor allem können viel komplexere Beispiele bearbeitet und visualisiert werden. Die ausgeführten und didaktisch aufbereiteten Worksheets geben *Vorschläge* und *Anregungen*, die selbständig ergänzt und modifiziert werden können.

Zur Lösung von Differentialgleichungen gibt es — vergleichbar etwa mit der Bestimmung von Stammfunktionen — kein Patentrezept, keine Methode, die *immer* zum Ziel führt. Zu vielen Differentialgleichungen existiert gar keine analytische Lösung. Dies trifft durchaus bereits auf solche zu, die bei der Modellierung von einfachen Problemen der Praxis auftreten. Deshalb zieht

Maple — wie andere Computeralgebrasysteme — neben analytischen Verfahren auch *numerische Methoden* heran. Mit der zusätzlichen Möglichkeit der *Visualisierung* (Richtungsfelder, Phasenportraits, . . .) hat man eine leistungsfähige Arbeitsumgebung zur Hand, in der auch lebensnahe Aufgaben angegangen werden können und nicht nur einfache Übungsaufgaben, die mit zumutbarem Aufwand ‚von Hand‘ gelöst werden können. Jedoch nur mit sicheren theoretischen Kenntnissen und intensivem Einüben der zugehörigen Ergebnisse können solche Computeralgebrasysteme sinnvoll eingesetzt werden. Sonst ist man ihnen hilflos ausgeliefert.

Wir wollen keineswegs Maple unkritisch preisen, sondern weisen durchaus immer wieder auch auf Grenzen, Schwächen und ‚Macken‘ des Systems hin. Maple ist sicher kein Rundum-Sorglos-Paket! Wie bei vielen Dingen im Computerbereich in der heutigen Zeit, wünschen sich die Nutzer eigentlich ruhigere und dafür deutlich ausgereifere ‚Produkt-Zyklen‘. Neben faszinierenden Dingen stehen nämlich auch solche, bei denen man den Kopf schüttelt.

Wir *nutzen* Maple nicht nur, wie oft zu sehen, sondern *gestalten* damit und *setzen Ideen um*, hier speziell bei Gewöhnlichen Differentialgleichungen.

Wir sind überzeugt, auch mit diesem Buch einen neuen Qualitätsmaßstab zu setzen, was für die Akzeptanz von Computeralgebrasystemen im Hochschulbereich — auch ausbaufähig in Richtung *e-learning* — förderlich sein wird.

Natürlich soll niemand mühsam Maple-Code abtippen. Diesen findet man — später auch mit Aktualisierungen — über

<http://www.springeronline.com/3-540-22226-X> .

An die Lehrenden

Das Konzept des Buches basiert auf unseren langjährigen Erfahrungen mit recht verschiedenartigen Veranstaltungen aus dem Gesamtspektrum der Analysis. Neben vielen Vorlesungen für Mathematik- und Physikstudenten der Anfangssemester bis hin zum Aufbaustudium an den Universitäten Konstanz und Ulm haben wir beide oft auch Serviceveranstaltungen abgehalten und so Gespür dafür entwickelt, was außerhalb des ‚Elfenbeinturms‘ benötigt wird. Gerade durch die Anforderung, Mathematik auf sehr verschiedenen Niveaus bei unterschiedlichen Ausrichtungen und zum Teil noch deutlich auseinanderliegenden Eingangsvoraussetzungen zu lehren, ist im Laufe der Zeit vieles mehrfach überarbeitet, geglättet, verbessert und ergänzt worden und auf diese Weise ein — mathematisch und didaktisch — überzeugendes und bewährtes Konzept entstanden. Leistungsfähige und zugkräftige Methoden erwachsen in dieser Darstellung aus dem Zusammenspiel zwischen mathematisch ‚richtiger‘ Sichtweise, die Eleganz und Transparenz nach sich zieht, und Anwendungsorientierung.

Was die Kombination der Differentialgleichungen mit Computeralgebrasystemen angeht, findet man im deutschsprachigen Bereich noch relativ wenige ausgereifte Darstellungen. Die Skepsis mancher Kollegen in Bezug auf den Einsatz eines solchen Systems ist oft auch uneingestandene Angst vor dem Unbekannten und noch nicht Vertrauten. Wir wollen besonders auch diejenigen Kollegen ansprechen, sie ermuntern und ihnen Hilfen geben, die bisher dem Einsatz von Computeralgebrasystemen auch in der Lehre eher distanziert gegenüberstehen. Die Möglichkeiten, das Lernen und Begreifen von Mathematik durch ein solches System zu unterstützen, sind beeindruckend — nur wissen das viele Kollegen gar nicht und zögern daher noch, solche Dinge auch in den Lehrveranstaltungen einzusetzen.

Der *Einsatz Neuer Medien* in der Lehre birgt besonders in der Mathematik neben Chancen auch zahlreiche Risiken. Gerade deshalb sollten die Lehrenden ihre Sachkenntnis einbringen und dieses Gebiet mitgestalten, bevor fachfremde Instanzen die Alleinkompetenz beanspruchen.

Wir sind überzeugt, daß unser Buch langfristig neben den Klassikern der Theorie einen festen und besonderen Platz im Angebot einnehmen wird.

Das mathematisch ausgereifte — jedoch recht anspruchsvolle — Buch [Sc/Sc] von FRIEDRICH-WILHELM SCHÄFKE und DIETER SCHMIDT und Lehrveranstaltungen dieser beiden Autoren schon während der 60er-Jahre haben einige Teile unseres Buches deutlich geprägt. Doch haben wir diese Dinge dann ‚aufgebohrt‘ und mit durchgerechneten Beispielen angereichert, weil wir in vielen Jahren die Erfahrung gemacht haben, daß der überwiegende Teil der Studenten deutlich mehr Hilfen benötigt, als dort gegeben werden.

Auf diese Weise entstand ein Buch, das nicht allein für die Kollegen, sondern vor allem für die Lernenden geschrieben, aber gewiß kein Nürnberger Trichter ist. Die Lernenden werden von uns ein Stück des Weges an der Hand geführt, sie bekommen die Schönheiten am Wegesrand gezeigt, werden allerdings nicht in einer Sänfte getragen!

Da sich das Buch nicht ausschließlich an Studierende der Mathematik, Wirtschaftswissenschaften und Physik und sicher nicht an Spezialisten wendet, hat es — in Umfang, Tiefe und Stoffauswahl — deutlich andere und wesentlich bescheidenere Ziele als etwa die Darstellungen von [Sc/Sc], [Wal], [Co/Le] oder auch [Hs/Si]. Diese Bücher empfehlen wir besonders interessierten Studenten zur ergänzenden und weiterführenden Lektüre. Im Vergleich dazu liegen hier mathematisches Niveau und Stoffumfang niedriger. Für den Gebrauch zu und neben Vorlesungen haben wir insgesamt einen realistischen Zeitplan im Auge und mußten uns so beschränken!

An die Lernenden

Mathematik lernt man — wie fast alles im Leben — vor allem durch eigenes Tun. Man sollte beim Durcharbeiten eines Mathematikbuches Bleistift, Pa-

pier und einen (großen) Papierkorb — und in diesem speziellen Fall möglichst auch einen Computer mit Maple — parat haben und fleißig nutzen.

Ausdrücklich sei gesagt: Die Länge der Darstellung eines einzelnen Themas in der Vorlesung oder in einem Buch entspricht nur selten dem zeitlichen Aufwand, der für das Durcharbeiten bis zum wirklichen Verständnis erforderlich ist.

Zum Gebrauch des Buches

□ soll das Ende eines Beweises optisch hervorheben. Mit „√“ haben wir gelegentlich Routine-Überlegungen ‚abgehakt‘. Manche Dinge haben wir farblich eingerahmt, um sie optisch stärker hervorzuheben. Natürlich gehört etwa bei Symbolen oder Notierungsweisen der *Rahmen* nicht dazu. In Beweisen haben wir manchmal ‚linke Seite‘ und ‚rechte Seite‘ mit ‚*l.S.*‘ bzw. ‚*r.S.*‘ abgekürzt. ‚*E*‘ steht für ‚*Ohne Einschränkung*‘.

Häufig haben wir einzelne Wörter oder Formulierungen mit einfachen Anführungsstrichen versehen: Dabei handelt es sich meist um ‚eigentlich‘ noch zu präzisierende Dinge.

Die Beispiele im Text sind kapitelweise numeriert.

Animationen, die im Buch natürlich nur auszugsweise zu sehen sind, haben wir am Rande durch das Symbol



gekennzeichnet.

Durch die *Daumenindizes* können die einzelnen Kapitel und MWSs leicht aufgefunden werden.

Zum Maple-Layout

Da die recht einfache Darstellung über ‚Export L^AT_EX‘ unter Maple bei uns doch viele Wünsche — für eine Buchwiedergabe — offenließ, haben wir einen eigenen, uns voll befriedigenden Stil für die Ein- und Ausgabe von Maple gewählt und dabei das mögliche Zusammenspiel Maple-L^AT_EX-PostScript genutzt. Um ein besseres Schriftbild zu erhalten, haben wir manche Ausgaben geringfügig ‚geschönt‘, z. B. Klammern weggelassen oder hinzugefügt, manchmal etwa φ statt Φ oder P_1 statt $P.1$ geschrieben. Um Platz zu sparen, sind oft Maple-Ausgaben (auch Graphiken) nebeneinander plaziert. Titel von Graphiken wurden durchgehend im Text gesetzt.

Dank

Gern benutzen wir diese Gelegenheit, um noch einmal all denen zu danken, die uns bei der Erstellung des Buches unterstützt haben. Nur einige davon wollen wir namentlich besonders erwähnen:

MARKUS SIGG hat das gesamte Manuskript durchgesehen. Er war uns mit seiner Sorgfalt und mathematischen und sprachlichen Kompetenz eine große Hilfe, gelegentlich kritisch und mahnend, immer der Sache dienend. STEFANIE ROHRER hat einige Kapitel aufmerksam gelesen und auf manche Unstimmigkeiten hingewiesen. Die Verantwortung für eventuell noch verbliebene Fehler liegt natürlich allein bei uns.

ALBERT SCHNEIDER hat uns freundlicherweise das Kursmaterial [Schn] zur Verfügung gestellt, aus dem wir einige Anregungen entnehmen konnten.

D.H. verdankt RAINER JANSSEN als gutem Freund Anregungen, Ermutigung und manche Hilfe, was das Arbeitsumfeld angeht.

Ein Buch wie dieses ist nicht ohne gute Computer-Arbeitsbedingungen zu realisieren. Hierfür danken wir unserem Ulmer Kollegen FRANZ SCHWEIGGERT sowie den Mitarbeitern seiner Abteilung. Von diesen sei ANDREAS BORCHERT namentlich erwähnt. Er hat — wie schon bei der Arbeit an unserem Buch über Funktionentheorie — bei der Computerverbindung Konstanz-Ulm mit bewundernswerter Sachkenntnis Starthilfe gegeben und uns immer wieder unterstützt. D.H. dankt noch OLIVER MARUHN für sehr kompetente Hilfen im Computerbereich.

Wir danken THOMAS RICHARD von der Firma SCIENTIFIC COMPUTERS GMBH für Unterstützung bei der Arbeit mit Maple.

Wir danken unseren *Ehefrauen*, die besonders in der langen Schlußphase der Bucherstellung viel Geduld mit ihren gestreßten und nur noch bedingt alltags-tauglichen Männern aufbringen mußten. D.H. dankt noch LÉON, ÉTIENNE, GABRIEL, NICOLAS und LUCA, die zwar noch nicht wirklich bei der Arbeit an diesem Buch helfen konnten, ihm dabei aber einen wunderbaren Blick aus anderer Augenhöhe auf die nicht-mathematische Welt ermöglicht haben.

Zum Schluß möchten wir allgemein, besonders aber auch den Fachleuten und Kennern, sagen: Wir würden uns über persönliche Reaktionen sehr freuen. Verbesserungsvorschläge, Hinweise auf Fehler(chen), Anregungen und konstruktive Kritik sind willkommen — aber auch Lob nehmen wir gerne entgegen!

Ulm

Konstanz

8. Dezember 2004

WILHELM FORST

DIETER HOFFMANN