

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	V
Einleitung	IX
1 Einführende Überlegungen	1
1.1 Erste Aspekte	3
Was ist eine Differentialgleichung?	3
Welche Fragen stellen wir?	4
Mathematische Modellierung	5
1.2 Richtungsfelder	7
EULER-Polygonzugverfahren	8
Historische Notizen zu EULER und CAUCHY	10
Maple Worksheets zu Kapitel 1	11
2 Elementare Integrationsmethoden	19
2.1 Differentialgleichungen mit ‚getrennten Variablen‘	19
2.2 Differentialgleichungen vom Typ $y' = f\left(\frac{p_1x + q_1y + r_1}{p_2x + q_2y + r_2}\right)$	23
2.3 Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	26
2.4 BERNOULLI-Differentialgleichung	28
2.5 RICCATI-Differentialgleichung	29
Zusammenhang mit homogener linearer DGL 2. Ordnung	30
Elementare Integration bei bekannter spezieller Lösung	31
2.6 Exakte Differentialgleichungen	33
Multiplikatoren	34
2.7 CLAIRAUT-Differentialgleichung	36
Historische Notizen zu BERNOULLI, CLAIRAUT und RICCATI	41
Maple Worksheets zu Kapitel 2	43

3	Existenz- und Eindeutigkeitsatz	67
3.1	Einleitung	67
3.2	Fixpunktsatz für verallgemeinerte Kontraktionen	70
3.3	Existenz- und Eindeutigkeitsatz	75
	Differentialgleichungssystem 1. Ordnung	78
	Explizite Differentialgleichungen k -ter Ordnung	79
3.4	Fehlerabschätzungen und Abhängigkeitsüberlegungen	80
3.5	Lösungen ‚im Großen‘	82
	Maximale Existenzintervalle	84
3.6	Qualitative Beschreibung autonomer Systeme	86
	Mathematisches Pendel	90
	Räuber-Beute-Modell	93
	Fluß zu einer gegebenen DGL	97
3.7	Modifikation des Hauptsatzes für Funktionen mit Werten im \mathbb{C}^k	98
	Historische Notizen zu BANACH	99
	Maple Worksheets zu Kapitel 3	101
4	Lineare Differentialgleichungen und DGL-Systeme I	123
4.1	Existenz- und Eindeutigkeitsatz	123
4.2	Linear-algebraische Folgerungen	124
4.3	Homogene lineare Differentialgleichungssysteme	125
4.4	Homogene lineare DGLen höherer Ordnung	129
4.5	Transformation von Differentialgleichungssystemen	130
4.6	Inhomogene lineare Differentialgleichungen	131
	Inhomogene lineare DGL k -ter Ordnung	131
4.7	Reduktion der Ordnung	133
	Historische Notizen zu D’ALEMBERT	136
	Maple Worksheets zu Kapitel 4	137

5	Lineare Differentialgleichungen und DGL-Systeme II	151
5.1	Exponentialfunktion von Matrizen	152
5.2	Homogene lineare DGL-Systeme mit konstanten Koeffizienten	155
5.3	Zweidimensionale Systeme, Stabilität	159
5.4	Lineare DGL-Systeme mit konstanten Koeffizienten und speziellen Inhomogenitäten	169
5.5	Lineare DGLen höherer Ordnung mit konstanten Koeffizienten	172
5.6	Homogene lineare Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizientenfunktionen	175
	Historische Notizen zu JORDAN	182
	Maple Worksheets zu Kapitel 5	183
6	Nützliches — nicht nur für den Praktiker	205
6.1	Lösungen über Potenzreihenansatz	205
	HERMITE-Differentialgleichung	207
	LEGENDRE-Differentialgleichung	208
6.2	Schwach singuläre Punkte	214
	BESSEL-Differentialgleichung	220
6.3	LAPLACE-Transformation	224
	Anwendung auf Anfangswertaufgaben	231
	Unstetige Inhomogenitäten	236
	Zur inversen LAPLACE-Transformation	238
	Kleine Tabelle von LAPLACE-Transformierten	240
	Historische Notizen zu LAPLACE	242
	Maple Worksheets zu Kapitel 6	243
7	Rand- und Eigenwertprobleme	265
7.1	Randwertaufgaben für lineare DGL-Systeme mit linearen Randbedingungen	266
	GREEN-Matrix	269

7.2	Randwertprobleme für lineare DGLen k -ter Ordnung	274
7.3	Nicht-lineare Randwertaufgaben und Fixpunktprobleme	282
7.4	Selbstadjungierte Randwertaufgaben	283
7.5	Selbstadjungierte Randeigenwertaufgaben	287
	FOURIER-REIHEN	292
	Entwicklungssätze	294
7.6	STURM-LIOUVILLE-Randeigenwertaufgaben	301
	Historische Notizen zu FOURIER	304
	Maple Worksheets zu Kapitel 7	305
8	Anhang über Matrixfunktionen	325
8.1	Matrixpolynome	325
	Spektraldarstellung von SYLVESTER-BUCHHEIM	328
8.2	Matrixfunktionen: Definition, Eigenschaften	331
8.3	Beispiele zur Berechnung von Matrixfunktionen	339
	Historische Notizen zu SYLVESTER	345
	Maple Worksheets zum Anhang über Matrixfunktionen	347
	Anhang zu Maple	359
	Symbolverzeichnis	371
	Namen- und Sachverzeichnis	373
	Index zu Maple	381
	Literaturverzeichnis	385