

Rezensionen und Rückmeldungen zum Buch

Gewöhnliche Differentialgleichungen — Theorie und Praxis

vertieft und visualisiert mit Maple

Ordinary differential equations — Theory and praxis

deepened and visualized with Maple

Forst, Wilhelm / Hoffmann, Dieter

Springer-Lehrbuch: Springer-Verlag, Berlin, 2005

27.95 EURO; xv, 389 p., ISBN 3-540-22226-X

Rezension in uni'kon 19|2005 (ISSN 1617-3627)

Eine gewöhnliche Differentialgleichung ist eine Gleichung für eine gesuchte Funktion einer Veränderlichen und setzt eine derartige Funktion in Beziehung zu gewissen ihrer Ableitungen. Oft ist auch noch ein Anfangswert vorgeschrieben, d. h. der Wert der Funktion ist an einer vorgegebenen Stelle festgelegt. Ein ganz einfaches Beispiel ist die Differentialgleichung $y'(x) = 2x$ mit dem Anfangswert $y(0) = 1$. Die Lösung $y(x) = x^2 + 1$, eine Parabel, findet man hier mit Mitteln der Schulmathematik, nämlich als Stammfunktion zu $2x$.

Die Anwendungen der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen in Wissenschaft und Technik sind überaus vielfältig. Man erhält Differentialgleichungen durch die mathematische Modellierung von Systemen verschiedenster Art, wobei oft Näherungen und Idealisierungen gemacht werden. Beispielsweise kann man sich fragen, auf welche Weise ein Spiegel oder eine Satellitenschüssel gewölbt sein müssen, damit sie Sonnenlicht bzw. Radiowellen (idealisiert: parallel einfallende Strahlen) auf eine Stelle bündeln. Man kommt dabei auf die eben genannte Differentialgleichung, und die Lösung beschreibt gerade einen Parabolspiegel bzw. eine Parabolantenne.

Neben der Frage nach der Existenz und der Eindeutigkeit von Lösungen geht es in der Praxis vor allem darum, wie man Lösungsfunktionen tatsächlich gewinnen kann, und in welcher Weise diese von Anfangswerten oder sonstigen Parametern abhängen. Die Art dieser Abhängigkeit kann beispielsweise darüber entscheiden, ob eine Brücke bei etwas höherer Belastung sich nur ein bißchen stärker biegt oder — einstürzt.

Nun haben Prof. Wilhelm FORST von der Universität Ulm und Prof. Dieter HOFFMANN von der Universität Konstanz ein Lehrbuch über gewöhnliche Differentialgleichungen vorgelegt, das schon im Untertitel „Theorie und Praxis“ und erst recht im Zusatz „vertieft und visualisiert mit MAPLE“ deutlich macht, daß es kein reiner Trockenschwimmkurs für Theoretiker sein will. Wie in ihrem vielgelobten Vorgängerwerk „Funktionentheorie erkunden mit MAPLE“ stellen die

beiden Autoren die Theorie des Fachgebiets elegant und mathematisch streng dar und führen mit Hilfe eines Computeralgebrasystems (CAS) zahlreiche Beispiele praktisch vor. Durch das CAS können ohne Mühe auch wesentlich aufwendigere Rechnungen als sonst gemeistert werden.

Das neue Buch ist wie sein Vorgänger auf eine didaktisch überzeugende Art durchgängig zweigeteilt angelegt: In jedem Kapitel werden zunächst auf ‚klassische‘ Weise die mathematischen Zusammenhänge erarbeitet und bewiesen. Anschließend folgen ausführlich erläuterte, ausgefeilte MAPLE-Arbeitsblätter, die die Theorie in die Praxis umsetzen und so den Stoff greifbar und anschaulich machen. Zwischen den Theorie- und Praxisteilen finden sich jeweils historische Anmerkungen, nämlich kurze Portraits in Wort und Bild von zugehörigen wichtigen Personen aus der Mathematikgeschichte.

Benutzer anderer CAS mögen bedauern, daß auch in diesem Buch nur MAPLE berücksichtigt wurde (die Programmtexte muß man übrigens nicht eintippen, sondern findet sie im Internet). Andererseits ist eine Übertragung der vorgestellten Methoden auf andere, ähnlich arbeitende CAS überaus einfach und fördert eine selbständige Auseinandersetzung mit dem Stoff, die dem Verständnis sowohl der Mathematik als auch der CAS-Besonderheiten nur förderlich sein kann.

„Gewöhnlich Differentialgleichungen“ von FORST und HOFFMANN kann man sowohl den an theoretischen Grundlagen interessierten als auch den aus Natur- und Ingenieurwissenschaften kommenden anwendungsorientierten Lesern ans Herz legen. Auch Ästheten, die Wert auf eine sowohl optisch ansprechende als auch inhaltlich überzeugende Darstellung von Mathematik legen, werden an diesem Buch Gefallen finden. Besonderes Lob verdienen dabei das Kapitel über LAPLACE-Transformationen und der Anhang über Matrixfunktionen — beides Dinge, die ebenso theoretisch interessant wie auch von hoher praktischer Bedeutung sind.

Markus SIGG, Freiburg (30. Mai 2005)

Rezension im Zentralblatt (1083.24001)

Das vorliegende Lehrbuch von Wilhelm Forst und Dieter Hoffmann bietet eine Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen, wobei sowohl Anfangs-, als auch Randwertprobleme behandelt werden. Es hebt sich insbesondere dadurch von anderen Büchern in diesem Bereich ab, daß der behandelte Stoff zusätzlich anhand des Computer-Algebra Systems Maple visualisiert und erläutert wird. So findet sich eine Vielzahl von Beispielen, die explizit mittels reichhaltig kommentierter Maple-Programme (sog. Worksheets) erarbeitet sind. Das ansprechende dreifarbige Layout (blau, grau, schwarz) erinnert an den Stil amerikanischer Textbooks. Hinsichtlich der erforderlichen Vorkenntnisse sind lediglich etwa die an deutschsprachigen Universitäten üblichen Grundvorlesungen in Analysis und linearer Algebra zu nennen.

Das Buch ist prägnant und kurz geschrieben. Gut 50 % (ohne Einleitung) entfallen auf den theoretischen Teil, wogegen der Rest aus sorgfältig dargestellten Maple-Worksheets, einem Anhang zu Maple, dem Index, sowie einem umfassenden Literaturverzeichnis besteht. Mit Vorteil werden viele Themen zunächst für allgemeine Systeme behandelt und erst dann auf den zweidimensionalen Fall und Differentialgleichungen höherer Ordnung spezialisiert. In Hinblick auf die vielen vollständig durchgerechneten Beispiele, im Text- und auch im Maple-Teil, verzichten die Autoren auf gesonderte Übungsaufgaben.

Dank kompakter Darstellung wird in den acht Kapiteln (inklusive Anhang) ein breites Spektrum abgedeckt. Kapitel 1 motiviert die Theorie anhand von Bemerkungen zum Begriff der gewöhnlichen Differentialgleichung, deren geometrischen Veranschaulichung und zur mathematischen Modellierung. Danach werden elementare Integrationsmethoden vorgestellt, die skalare Gleichungen mit getrennten Veränderlichen, lineare und exakte, wie auch Euler-homogene, Bernoullische, Riccatische oder Clairautsche Gleichungen betreffen. Die fundamentalen Existenz- und Eindeutigkeitsfragen werden im Kapitel 3 behandelt. Hierbei dient ein abstraktes Fixpunktresultat dem Beweis des Satzes von Picard-Lindelöf. Zudem findet man quantitative Stetigkeitsüberlegungen, das Konzept der maximalen Lösung und einen kurzen Exkurs in die Theorie der kontinuierlichen dynamischen Systeme. Die folgenden beiden Kapitel beschäftigen sich mit linearen Gleichungen, der algebraischen Struktur ihres Lösungsraumes sowie entsprechenden Lösungsmethoden. Als Ergänzung findet man in Kapitel 6 Ausführungen über Potenzreihenansätze im Fall der Hermite-, der Legendre- und der Bessel-Gleichungen, wie auch eine Einführung in die Methode der Laplace-Transformationen. Schließlich werden noch Rand- und Eigenwertprobleme behandelt, wie etwa selbstadjungierte Randwertaufgaben und die entsprechende Sturm-Liouville Theorie. Als Besonderheit ist definitiv das Kapitel 8 mit einem Anhang über Matrixfunktionen zu nennen. Auf Basis der Spektraldarstellung von Sylvester-Buchheim bietet es eine elementare Berechnungsmethode für Matrixwertige Funktionen, wie etwa der Matrix-Exponentialfunktion. Am Ende der einzelnen Kapitel findet man bebilderte biographische Informationen zu wichtigen Mathematikern und Maple-Worksheets zur dargebotenen Theorie.

MSC 2000:

34-00 Reference works (ordinary differential equations)

34Axx General theory ODE

68W30 Symbolic computation and algebraic computation

Keywords: textbook; ordinary differential equations; matrix functions; computer algebra (Maple)

CHRISTIAN POETZSCHE (Minneapolis)

„Das vorliegende Buch führt nicht nur in die Theorie ein, sondern vermittelt auch aufgrund der zahlreichen vollständig durchgerechneten Beispiele einen Einblick in deren Anwendungspraxis. Eine weitere Besonderheit ist der Brückenschlag zur Computeranwendung. Mit ausgefeilten Maple-Arbeitsblättern wird gezeigt, wie man mit dem Computer gestalten, Ideen vermitteln und eindrucksvoll visualisieren kann.“

(in: MATHDI, 2006, Vol. 1083, S. 45)

„Für viele Menschen . . . ist, was das Buch präsentiert, *genau das, was man kennen sollte*. Und die Kombination mit Maple ist sehr geglückt. Das Buch . . . entwickelt die nötige Theorie durchaus. . . *Unbedingt empfehlenswert!*“

(H. PRODINGER, in: IMN — Internationale Mathematische Nachrichten, 2008, Vol. 62, Issue 208, S. 68)

„Sehr geehrter Herr Professor Forst,

ich habe das von Ihnen mitverfaßte Buch über Gewöhnliche Differentialgleichungen gekauft. *Es ist das Beste, was es zur Zeit darüber gibt*. Ich habe als Baustatiker vieles Nützliche daraus entnehmen können.,,

Günter NAUKE, Köthen (Anhalt), Januar 2010