

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	V
Einleitung	IX
1 Die komplexen Zahlen	1
1.1 Historisches	1
1.2 Definition und Modelle komplexer Zahlen	3
Arithmetische Einführung der komplexen Zahlen	4
Die komplexen Zahlen als Unterring der 2×2 -Matrizen	5
Die komplexen Zahlen als Restklassenring	6
Geometrische Einführung der komplexen Zahlen	6
1.3 Elementare Operationen und Regeln	6
1.4 Argument, geometrische Veranschaulichung	8
1.5 Wurzeln	11
1.6 Riemannsche Zahlenkugel und stereographische Projektion	12
Maple Worksheets zu Kapitel 1	15
2 Topologische Grundlagen	39
2.1 Konvergenz von Folgen	39
2.2 Topologische Begriffe für Mengen und Punkte	41
2.3 Stetigkeit und Grenzwert	43
Grundeigenschaften stetiger Abbildungen	44
Grenzwerte	44
Satz von Weierstraß	45
2.4 Reihen und Potenzreihen	46
Potenzreihen	49
Maple Worksheets zu Kapitel 2	51
3 Komplexe Differenzierbarkeit	71
3.1 Definition und Grundregeln	71
3.2 Differentiation von Potenzreihen	73
3.3 Zusammenhang zwischen komplexer und reeller Differenzierbarkeit	74
Cauchy-Riemann-Differentialgleichungen, Holomorphie	75
Konforme Abbildungen	76
3.4 Exponentialfunktion und Logarithmus	77
Allgemeine Potenzen	80
Cos, Sin, Tan, tan und Umkehrfunktionen	81

Maple Worksheets zu Kapitel 3	83
4 Kurven, Kurvenintegrale und Hauptsatz	101
4.1 Kurven	101
4.2 Kurvenintegrale	103
4.3 Hauptsatz	105
Hauptsatz (Cauchyscher Integralsatz, 1. Fassung)	106
Fundamentalsatz der Algebra	106
Hauptsatz (Cauchyscher Integralsatz, 2. Fassung)	114
Maple Worksheets zu Kapitel 4	115
5 Cauchysche Integralformel und Folgerungen	129
5.1 Integralformel	129
5.2 Potenzreihenentwicklung	131
5.3 Holomorphiekriterien	133
Satz von Morera	133
Identitätssatz	134
5.4 Integralformel für die Ableitungen	136
Abschätzung für Ableitungen und Koeffizienten	136
Satz von Liouville	137
Satz von Weierstraß II	138
Satz über Gebietstreue	139
Prinzip vom Maximum	140
Differentiation unterm Integral	141
Maple Worksheets zu Kapitel 5	143
6 Der globale Hauptsatz	163
6.1 Umlaufzahl, Zyklen	163
6.2 Der Hauptsatz für nullhomologe Zyklen	168
Maple Worksheets zu Kapitel 6	171

7 Laurent-Reihen, isolierte Singularitäten, Residuensatz	181
7.1 Laurent-Reihen	181
7.2 Isolierte Singularitäten	185
Satz von Casorati-Weierstraß	188
Berechnungsmethoden für Residuen	188
7.3 Residuensatz	190
Berechnung von Integralen mit Hilfe von Residuen	190
7.4 Argumentprinzip und Anwendungen	197
Logarithmisches Residuum	197
Satz von Rouché	199
Routh-Kriterium	200
Maple Worksheets zu Kapitel 7	209
8 Konforme Abbildungen und ihre Anwendungen	235
8.1 Möbius-Transformationen	235
8.2 Joukowski-Transformation	245
8.3 Harmonische Funktionen und das Dirichlet-Problem	247
Komplexe Potentiale	249
Mittelwerteigenschaft	251
Prinzip vom Maximum, Poissonsche Integralformel	252
Verpflanzungsprinzip	254
Maple Worksheets zu Kapitel 8	257
9 Die Γ-Funktion	281
9.1 Zur Γ-Funktion im Reellen	281
9.2 Die Gammafunktion im Komplexen	286
9.3 Stirling-Formel	290
Maple Worksheets zu Kapitel 9	293
10 Anhang zu Maple	299
10.1 Ein erster Einstieg in Maple	299
10.2 Der Befehl <i>interface</i>	306
10.3 Die Initialisierungsdatei	308
10.4 Der Befehl <i>transform</i>	309
10.5 Eigene Pakete definieren	312

Symbolverzeichnis	315
Namen- und Sachverzeichnis	317
Index zu Maple	323
Literaturverzeichnis	327