zu 8.10:

(a): Ist $\$$: $A = \dot{\bigcup}_{\nu=1}^{M} A_\nu$

$$\underline{\nu(A)} = (\mu(A), \mu(A)) = \left(\sum_{\nu=1}^{M} \mu(A_\nu), \sum_{\varkappa=1}^{M} \mu(A_\varkappa)\right)$$

$$= \sum_{\nu,\varkappa} (\mu(A_\nu), \mu(A_\varkappa)) = \sum_{\nu} (\mu(A_\nu), \mu(A_\nu)) = \underline{\sum_{\nu=1}^{M} \nu(A_\nu)}$$

(b): $\Rightarrow$: wie zu (a) mit Stetigkeit des Skalarproduktes

$\Leftarrow$: Sind μ_0, ν_0 die Erweiterungen von μ, ν zu Inhalten auf $R(\$)$, so gelten: 1. μ_0 orthogonal: ✓

2. $\nu_0(A) = (\mu_0(A), \mu_0(A))$ für $A \in R(\$)$: ✓

Daher OE $\$$ Ring: $\$ \ni A_n \downarrow \emptyset \Rightarrow \nu(A_n) \to 0$

$\Rightarrow \mu(A_n) \to 0$

(c): OE $f = \sum_{\nu=1}^{M} \chi_{A_\nu} a_\nu$, $g = \sum_{\nu=1}^{M} \chi_{A_\nu} b_\nu$ mit $\$ \ni A_\nu$ paarw. disj. (u. $a_\nu, b_\nu \in \mathbb{K}$):

$$(i_\mu(f), i_\mu(g)) = \left(\sum_\nu \mu(A_\nu) a_\nu, \sum_\varkappa \mu(A_\varkappa) b_\varkappa\right)$$

$$= \sum_{\nu,\varkappa} a_\nu \bar{b}_\varkappa (\mu(A_\nu), \mu(A_\varkappa)) = \sum_\nu a_\nu \bar{b}_\nu \nu(A_\nu) \stackrel{\checkmark}{=} i_\nu(f\bar{g}).$$

(d): Für $f \in \mathcal{E}$ mit $|f| \leq y$:

$$|i_\mu(f)|^2 = (i_\mu(f), i_\mu(f)) \stackrel{(c)}{=} i_\nu(f\bar{f}) = i_\nu(|f|^2) \leq i_\nu(y^2),$$

somit $\underline{\sigma_\mu(y) \leq (i_\nu(y^2))^{1/2}}$; ('=' über $f := y$)

1.: $\sigma_\mu = (\sigma_\nu)_2$ und gleicher Erweiterungsprozeß

2.: nach 1.

3.: 'bekannt': $f\bar{g} \in \mathcal{L}_{1,\nu}$, da mit g auch $\bar{g}$ zu $\mathcal{L}_{2,\nu}$ gehört (...); dann aus (c) per Stetigkeit