$\mathcal{I} := \mathcal{I}(\mathbb{R})$:

zu S. 48:

(a)	$\mathbb{L} = \{ M \subset \mathbb{R} : \forall f \in \mathcal{I} \;\; \chi_M f \in \mathcal{I} \}$
(b)	$\mathbb{L}$ ist $\mathbb{M}$ umfassende Algebra.
(c)	$\mathbb{L} = \{ L \subset \mathbb{R} : \forall M \in \mathbb{M} \;\; M \cap L \in \mathbb{M} \}$
(d)	$\mathbb{M}$ ist Ideal in $(\mathbb{L}, \Delta, \cap)$.

Beweis: (a): „$\supset$": $M \in$ r.S. u. $A \in \mathcal{S}$: $\chi_{M \cap A} = \chi_M \underbrace{\chi_A}_{\in \mathcal{I}} \in \mathcal{I}$,

also $M \cap A \in \mathbb{M}$, damit $M \in$ l.S.

„$\subset$": $M \in \mathbb{L}$: zunächst $\chi_M h \in \mathcal{I}$ für $h \in \mathcal{E}$ ..., dann zu

$f \in \mathcal{I}$ mit appr. Folge (h_n) aus $|\chi_M f - \chi_M h_n| \le |f - h_n|$.

(b): Wir bez. die r.S. in (a) mit $\mathbb{L}_1$: $\mathbb{R} \in \mathbb{L}_1$ trivial. Für $M_1, M_2 \in \mathbb{L}_1$ u.

$f \in \mathcal{I}$: $\chi_{M_1 \cap M_2} f = \chi_{M_1} \underbrace{(\chi_{M_2} f)}_{\in \mathcal{I}} \in \mathcal{I}$, also $M_1 \cap M_2 \in \mathbb{L}_1$.

Für $M \in \mathbb{L}_1$ u. $f \in \mathcal{I}$: $\chi_{\tilde{M}} f = \overset{\in \mathcal{I}}{f} - \chi_M f \in \mathcal{I}$, also $\tilde{M} \in \mathbb{L}_1$.

Damit $\mathbb{L}_1$ Algebra: ✓ $\qquad$ $\mathbb{M} \subset \mathbb{L}$: da $\underset{\cup \mathcal{S}}{\mathbb{M}}$ Ring ist.

(c) „$\supset$": da $\mathcal{S} \subset \mathbb{M}$, „$\subset$": $L \in \mathbb{L}$ u. $M \in \mathbb{M}$:

$$\chi_{M \cap L} = \chi_L \underbrace{\chi_M}_{\in \mathcal{I}} \overset{(a)}{\in} \mathcal{I} \; : \; M \cap L \in \mathbb{M}$$

(d) Bekannt: $\mathbb{M}$ ist Ring; z.B. nach (b): $\mathbb{M} \subset \mathbb{L}$. Noch z.z.:

$M \in \mathbb{M} \wedge L \in \mathbb{L} \Rightarrow M \cap L \in \mathbb{M}$: dies gilt nach (c). $\square$

---

zu S. 49: $\quad \mathbb{M} = \overline{R(\mathcal{S})}^{\delta}$

„$\supset$" $M \in$ r.S.: zu $\varepsilon > 0$ ex.

$A \in R(\mathcal{S})$ %. $\varepsilon > \delta(A, M) = \|\underbrace{\chi_A}_{\in \mathcal{E}^+} - \chi_M\|$: $\chi_M \in \mathcal{I}$: $M \in \mathbb{M}$

„$\subset$": s. Text $\square$

zu S. 50: $\quad \mu_R^*(M) = \inf\{\mu(A) : R(\mathcal{S}) \ni A \supset M\} \quad (M \subset \mathbb{R})$

„$\le$": $R(\mathcal{S}) \ni A \supset M$: $\mathcal{E}^+ \ni \chi_A \ge \chi_M$:

$\mu_R^*(M) = \|\chi_M\|_R \le i(\chi_A) = \mu(A)$: l.S. $\le$ r.S.

„$\ge$": $\mathcal{E}^+ \ni h \ge \chi_M$: $A := \{x \in \mathbb{R} : h(x) \ge 1\}$ $(=: [h \ge 1])$

$A \in R(\mathcal{S})$ mit $\left| \begin{matrix} \chi_A \le h \\ A \supset M \end{matrix} \right|$: r.S. $\le \mu(A) = i(\chi_A) \le i(h)$:

r.S. $\le$ l.S. (E2 $\square$