

# Integrale

## Inhaltsverzeichnis

<b>0</b>	<b>Einleitung</b> .....	1
<b>1</b>	<b>Integralbegriffe für reellwertige Funktionen einer reellen Variablen</b> .....	7
1.3	Einfache Funktionen · Elementares Integral .....	7
1.4	Die RIEMANN-DARBOUX-Norm .....	9
1.5	Ein einfaches allgemeines Prinzip stetiger Fortsetzung .....	11
1.6	Das RIEMANN-Integral als stetige Fortsetzung .....	13
1.7	Integralnormen, Nullfunktionen und Nullmengen .....	16
1.8	Andere geeignete Integralnormen .....	19
1.9	Integral von Regelfunktionen .....	21
1.10	Uneigentliches RIEMANN-Integral .....	22
1.11	Das LEBESGUE-Integral .....	27
1.12	Vorteile des LEBESGUE-Integrals · Konvergenzsätze .....	31
	E 1 .....	
<b>2</b>	<b>Verallgemeinerte Riemann- und Lebesgue- Integrale, Inhalte und Maße</b> .....	41
2.1	Prä-Ringe, Inhalte, verallgemeinerte elementare Integrale . . . .	42
2.2	Verallgemeinertes RIEMANN-Integral .....	45
2.3	Verallgemeinerter JORDAN-Inhalt .....	46
	E 2–3 .....	
2.4	Verallgemeinertes LEBESGUE-Integral .....	51
	E 4–5 .....	
2.5	Verallgemeinertes LEBESGUE-Maß .....	54
2.6	Meßbare und lokal-meßbare Funktionen .....	61
	E 6 .....	
<b>3</b>	<b>Produkt-Integration</b> .....	65
3.1	Ergänzende Bemerkungen zu Integralnormen .....	65
3.2	Produkt-Inhalte und elementare Integrale .....	66
	E 7 .....	
3.3	Iterierte Integralnormen .....	69
3.4	Der Hauptsatz zur iterierten Integration .....	70
	Spezialfälle .....	73

<b>7</b>	<b>Verallgemeinerte Integralnormen</b> .....	75
7.1	Vorbereitungen .....	75
7.2	Pseudometriken .....	77
7.3	Verallgemeinerte Integralnormen und äußere Inhalte .....	77
7.4	Starke Integralnormen .....	80
7.5	Starke halbadditive Integralnormen .....	84
	W1–3 .....	
<b>8</b>	<b>Vektorwertige Integrale vektorwertiger Funktionen</b> .....	91
8.1	Prinzip der Integralerweiterung .....	91
8.2	Starke Integralnormen .....	95
8.3	Starke halbadditive Integralnormen .....	96
<b>9</b>	<b>Operatorwertige Inhalte und schwache Maße</b> .....	99
9.1	Inhalte, einfache Funktionen und elementares Integral .....	99
9.2	Integralabschätzung; Semivariation .....	102
9.3	Mögliche ‚geeignete‘ Integralnormen .....	104
	E8 .....	
9.4	Wichtige Spezialfälle .....	107
9.5	Eine weitere ‚geeignete‘ Integralnorm auf $\mathfrak{E}'$ .....	108
9.6	Die verallgemeinerte LEBESGUE–Norm .....	109
9.7	Schwache Maße .....	111
9.8	Schwache Maße und Totalvariation .....	113
9.9	Inhalte und schwache Maße auf Intervallen .....	115
	E9 .....	
9.10	‚Orthogonale‘ Inhalte und Maße .....	117
	E10 .....	
<b>,6‘</b>	<b><math>\mathcal{L}_p</math>-Räume</b> .....	121
6.1	Die Integralnormen $\  \cdot \ _p$ ( $1 \leq p \leq \infty$ ) .....	121
6.2	Theorie für BR-wertige Funktionen .....	125
6.3	Meßbare Abbildungen .....	126
6.4	Die BANACH-Räume $L_p$ ( $1 \leq p \leq \infty$ ) .....	130