$\delta \begin{cases} = \sigma(\varphi^q), \text{ falls } \sigma(\varphi^q) \neq 0 \\ > 0 \text{ beliebig, sonst} \end{cases}$.

$$\sigma(y\varphi) = \sigma((y^p)^{1/p}(\varphi^q)^{1/q}) = \sigma\left(\left(\frac{y^p}{\varepsilon}\right)^{1/p}\left(\frac{\varphi^q}{\delta}\right)^{1/q}\right)\cdot \underbrace{\varepsilon^{1/p}\delta^{1/q}}$$

$$\underset{(6.1.1)}{\leq} \sigma\left(\frac{1}{p}\frac{y^p}{\varepsilon} + \frac{1}{q}\frac{\varphi^q}{\delta}\right)\cdot \sim \leq \left(\frac{1}{p}\underbrace{\frac{\sigma(y^p)}{\varepsilon}}_{\leq 1} + \frac{1}{q}\underbrace{\frac{\sigma(\varphi^q)}{\delta}}_{\leq 1}\right)\cdot \sim$$

$\leq \sim$ $\curvearrowright$ Beh. $\square$

(6.1.3) Bem.: σ_p ist ~~homogene~~ eine Integralnorm auf $\mathcal{E}'$

σ_p ist auf $\mathcal{E}'$ endlich u. halbadditiv.

Beweis: $\sigma_p : \mathcal{E}' \longrightarrow [0,\infty[$ mit $\sigma_p(0) = 0$: ✓ σ_p homogen: ✓

$y \leq \sum_{\nu=1}^{M} y_\nu \overset{!}{\curvearrowright} \sigma_p(y) \leq \sum_{\nu=1}^{M} \sigma_p(y_\nu)$ (für ---)

$y^p = y^{p-1}y \leq \sum_{\nu=1}^{M} y^{p-1}y_\nu$: $\sigma(y^p) \leq \sum_{\nu=1}^{M} \sigma(y^{p-1}y_\nu)$

$\underset{(6.1.2)}{\leq} \sum_{\nu=1}^{M} \sigma_q(y^{p-1})\,\sigma_p(y_\nu) = \sigma(y^p)^{\frac{1}{q}} \sum_{\nu=1}^{M} \sigma_p(y_\nu)$ $\curvearrowright$ Beh. $\left(\frac{1}{p} = 1 - \frac{1}{q}\right)$

σ_p auf $\mathcal{E}'$ halbadditiv:

Es seien $(y_n) \in \mathcal{E}'^{\mathbb{N}}$ mit $\sup_M \sigma_p\left(\sum_{\nu=1}^{M} y_\nu\right) < \infty$; wegen

$\sum_{\nu=1}^{M} y_\nu^p \leq \left(\sum_{\nu=1}^{M} y_\nu\right)^p$ $(\cdots)$ ist dann auch $\sup_M \sigma\left(\sum_{\nu=1}^{M} y_\nu^p\right) < \infty$,

also – nach Ann. – $\sigma(y_M^p) \longrightarrow 0$, somit $\sigma_p(y_n) \longrightarrow 0$ $\square$

Def.: Für $\varphi \in \mathcal{F}$: $\|\varphi\|_p' := \inf\{\sup_M \sigma_p(y_n);\ \mathcal{E}' \ni y_n \uparrow \geq \varphi\}$ u.

$\|\ \|' := \|\ \|_1' = \|\ \|_L'$ (wie üblich: $\inf \emptyset := \infty$)

(6.1.4) Satz: $\|\ \|_p'$ ist ~~homogene~~ eine starke Integralnorm auf $\mathcal{F}$

mit $\|y\|_p' = \sigma_p(y)$ $(y \in \mathcal{E}')$ und

$\|\varphi\|_p' = (\|\varphi^p\|')^{1/p}$ $(\varphi \in \mathcal{F})$.

Beweis: letzte Zeile: $\mathcal{E}' \ni y_n \uparrow \geq \varphi \curvearrowright \mathcal{E}' \ni y_n^p \uparrow \geq \varphi^p \curvearrowright$