

Optimierung — Theorie und Praxis

Vorlesung: 4-stündig, Hauptstudium (AM); Di 14–16 Uhr, Do 14–16 Uhr

Übungen: 2-stündig, n. V.

Markus SIGG

Diese Vorlesung wendet sich an Studierende des Hauptstudiums in Mathematik mit einem Interessenschwerpunkt in anwendungsorientierter Mathematik, aber auch an mathematisch interessierte Student(inn)en der Physik und ganz besonders solche der Mathematischen Finanzökonomie. *Vorausgesetzt* werden solide Kenntnisse aus dem Grundstudium, insbesondere Analysis, Lineare Algebra, dabei Grundkenntnisse der Numerik.

Optimierung bezeichnet allgemein die Theorie zur Lösung von Problemen, bei denen man für eine sogenannte *Zielfunktion* einen Extremalwert sucht, sowie die Entwicklung und praktische Umsetzung von Lösungsverfahren. Es handelt sich nicht um gut abgehangene Mathematik vergangener Jahrhunderte, sondern um ein noch sehr lebendiges Gebiet. Der besondere Reiz liegt in der Mischung zwischen streng mathematischer Herleitung, geometrischer Betrachtungsweise, numerischen Gesichtspunkten und — vereinzelt — Heuristik ($\pi \times$ Daumen).

Optimierungsprobleme begegnen uns überall und dauernd auch im täglichen Leben. Doch nur bei einigen kann die Mathematik entscheidende Hilfe leisten. Die Suche nach Extremwerten hat von der Fragestellung her zunächst *nichts* mit Ableitungen zu tun: Wer sucht denn schon seine Traumfrau (oder den Traummann), das schnellste Auto oder den besten Rotwein über Differentiation?! Doch *wenn* die zu untersuchende Funktion — bei geeignetem Definitionsbereich — differenzierbar ist, liefern die Nullstellen der Ableitung Kandidaten für lokale Extrema und damit auch für globale. Das ist uns allen schon in einfachen Spezialfällen von der Schule her (Mini-Max-Aufgaben) vertraut.

Die modernen Naturwissenschaften basieren auf der Erkenntnis, daß Naturphänomene sich durch Extremalprinzipien erklären lassen. Die Optimierung verdankt wichtige Impulse der Übertragung dieses Ansatzes auf Probleme der Wirtschaft und Technik, wo etwa der vorteilhafteste Ablauf eines ‚Prozesses‘ gesucht ist.

Ein wichtiges Strukturmerkmal ist das Vorhandensein von *Nebenbedingungen*, die — wie im täglichen Leben — die Dinge meistens schwieriger machen. Bei der Zielfunktion und den Funktionen, die die Nebenbedingungen beschreiben, erlauben *Linearität* und *Konvexität* wesentliche Vereinfachungen gegenüber dem allgemeinen Fall.

Es wird ein sorgfältig ausgearbeitetes (englischsprachiges) Skript bereitgestellt. Die derzeit aktuelle Version wird schon rechtzeitig vor Semesterbeginn im Semesterapparat sein. *Literatur* ist in einem Semesterapparat zusammengestellt und wird zu Beginn der Vorlesung etwas kommentiert werden.