



Repetitorium Analysis Blatt 1

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass für die Summe der ersten n Kubikzahlen gilt:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2.$$

Aufgabe 2

Beweisen Sie die geometrische Summenformel, also, für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt mit $x \neq 1$:

$$\sum_{k=0}^n x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}.$$

Aufgabe 3

Beweisen Sie:

$$(\forall n \in \mathbb{N}) [(n \geq 9) \Rightarrow (2^n > 4n^2 + 1)].$$

Aufgabe 4

Beweisen Sie:

$$4^n + 15n - 1$$

ist für alle $n \in \mathbb{N}$ durch 9 teilbar.

Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^n k! \cdot k = (n+1)! - 1.$$