



### Repetitorium Analysis Blatt 3

#### Aufgabe 11

Es sei  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  eine reelle Folge mit

$$|a_n - a_{n+1}| \leq 2^{-n}$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie:  $(a_n)$  ist eine Cauchy-Folge.

#### Aufgabe 12

Die Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  seien gegeben durch

$$a_n = \frac{(3-n)^3}{3n^3 - 1} \text{ und } b_n = \frac{1 + (-1)^n n^2}{2 + 3n + n^2}.$$

Prüfen Sie die Folgen auf Beschränktheit, Konvergenz bzw. Divergenz. Bestimmen Sie den Grenzwert im Falle der Konvergenz.

#### Aufgabe 13

Geben Sie Beispiele reeller Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  an mit

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= +\infty, \\ \lim_{n \rightarrow \infty} b_n &= 0, \end{aligned}$$

so dass gilt

- (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = +\infty$ .
- (b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = -\infty$ .
- (c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n b_n) = c$ , wobei  $c$  eine beliebig vorgegebene reelle Zahl ist.
- (d) Die Folge  $(a_n b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ist beschränkt, aber nicht konvergent.