



### Repetitorium Analysis Blatt 4

#### Aufgabe 14

Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und beweisen Sie Ihre Antwort:

- (a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$                       (b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n5^n}$
- (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1}$                       (d)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^n$
- (e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{2^{n-1}}$                       (f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a^n + b^n}$  mit  $0 < b < 1 < a$
- (g)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2013}\sqrt{n+611}}$

#### Aufgabe 15

Berechnen Sie den Wert der Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}.$$

#### Aufgabe 16

Die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sei rekursiv definiert durch

$$a_1 = 2013, \quad a_{n+1} = \max\{0, a_n - \pi\}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Bestimmen Sie (mit Beweis) den Grenzwert  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

#### Aufgabe 17

Prüfen Sie, ob die Folge  $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$  definiert durch

$$b_n = \frac{1 + 5^n}{1 + 5^n + (-5)^n}$$

- (a) einen Häufungspunkt hat.
- (b) beschränkt ist.
- (c) konvergent ist.

Begründen Sie Ihre Antworten.