Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
DK Huynh

Repetitorium Analysis Blatt 5

Aufgabe 18
Zeigen Sie, dass die nachfolgende Formel eine stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{x^2 + 2} \right)^n .$$

Aufgabe 19
Die Funktion f sei stetig in $a \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass dann auch $|f|$ stetig in a ist. Folgern Sie hieraus: Es seien f und g stetig in a. Dann sind auch $\max\{f, g\}$ und $\min\{f, g\}$ stetig in a.

Aufgabe 20
Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit und beweisen Sie jeweils Ihre Aussagen:

$$\text{(a)} \quad f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{falls } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & \text{falls } 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

$$\text{(b)} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2}, & \text{falls } x \neq 2 \\ A, & \text{falls } x = 2. \end{cases}$$

Aufgabe 21
Beweisen Sie, dass die folgende Gleichung eine Lösung in $\mathbb{R}$ besitzt:

$$\sqrt{\frac{x^2 + 2x + 2}{x^4 + 1}} = x.$$

Aufgabe 22
Wir haben mittels ε-δ-Charakterisierung der Stetigkeit gezeigt, dass die Dirichletsche Sprungfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{falls } x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$$

nirgends stetig ist. Beweisen Sie nun die Aussage mittels Folgenkriterium der Stetigkeit.