



Repetitorium Lineare Algebra Blatt 4

Aufgabe 15

Bestimmen Sie die Inverse, falls sie existiert, zu den folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 16

Es sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ mit $ad - bc \neq 0$.

(i) Zeigen Sie

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

(ii) Eine Matrix heißt selbstinvers, falls $A^{-1} = A$ gilt. Bestimmen Sie alle selbstinversen Matrizen $M \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$.

(iii) Bilden die selbstinversen Matrizen $M \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ bezüglich der Matrizenmultiplikation eine Gruppe? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 17

Es seien

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{und} \quad \mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \right\}$$

Basen des \mathbb{R}^3 .

(i) Es sei $v \in \mathbb{R}^3$ mit Koordinatenvektor

$$v_{\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ -8 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Basis \mathcal{A} . Welche Koordinaten hat v bezüglich der Basis \mathcal{B} ?

(ii) Es sei $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ eine lineare Abbildung mit darstellender Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

bezüglich der Standardbasen. Wie lautet die darstellende Matrix $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{A}}(\varphi)$ bezüglich der Basen \mathcal{A} und \mathcal{B} ?