Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
DK Huynh

Repetitorium Lineare Algebra Blatt 6

Aufgabe 21

Entscheiden Sie, ob die folgenden Matrizen diagonalisierbar sind und geben Sie gegebenenfalls die zugehörige Diagonalmatrix an. Begründen Sie Ihre Antworten.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 22

Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Eine $(n \times n)$-Matrix A ist genau dann diagonalisierbar, wenn ihr charakteristisches Polynom $P_A(t)$ paarweise verschiedene Nullstellen hat.

Aufgabe 23

Es sei

$$A = \begin{pmatrix} -9 & 4 \\ -33 & 14 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie A^{10} (ohne Computereinsatz).

Aufgabe 24

Es bezeichne V den $\mathbb{R}$-Vektorraum der linearen Polynome. Sei $\varphi : V \to V$ eine lineare Abbildung gegeben durch

$$\varphi(ax + b) = 2bx + (a + b).$$

Machen Sie sich klar, dass $\{1, x\}$ eine Basis von V ist und legen Sie diese als Standardbasis zu Grunde.

(i) Bestimmen Sie die Eigenwerte von φ und geben Sie jeweils eine Basis für die Eigenräume von φ an.

(ii) Entscheiden Sie, ob φ diagonalisierbar ist.